CINEMÁTICA (TRAYECTORIA CONOCIDA)

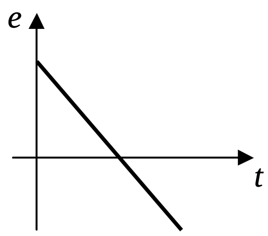
(Todos los datos y ecuaciones, en unidades del S.I.)

1. Un objeto tiene un movimiento uniforme de rapidez 4 m/s. En el instante t=0 se encuentra a 10 m del origen, hacia el lado negativo. **a)** Describe ese movimiento: mediante una ecuación e_t y mediante una gráfica a mano alzada ***e-t***. **b)** ¿En qué instante pasará el objeto por el origen?

2. La posición de un objeto en cada instante viene dada por la siguiente ecuación: $\boldsymbol{e_t = t^2 - 2t}$

- **a)** ¿Se trata de un movimiento uniforme?, ¿por qué?
- **b)** Calcula la rapidez media a partir de t=3, para un Δt=2. Explica el significado del resultado que obtengas.
- **c)** Si la rapidez en el instante t=3 es 4 m/s, explica su significado
- **d)** Intenta calcular la rapidez de ese movimiento en el instante t=4

3. La gráfica *e-t* del movimiento de un objeto se muestra en la figura.

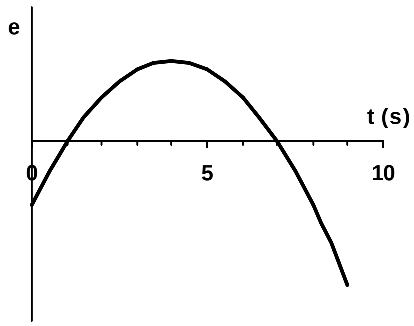


- **a)** Explica verbalmente todo lo que puedas sobre ese movimiento.
- **b)** Selecciona la ecuación que consideres que puede corresponder a ese movimiento, y explica tus razones: **i)** $e_t = -2t$ **ii)** $e_t = 3 - t^2$ **iii)** $e_t = 12 - 4t$
- **c)** Teniendo en cuenta la ecuación e_t seleccionada: ¿en qué instante pasará por el origen?, ¿cuál será la rapidez de ese movimiento?

4. La posición de un objeto en cada instante viene dada por la siguiente ecuación: $\boldsymbol{e_t = 3t^2 - 5}$

- **a)** ¿Se trata de un movimiento uniforme?, ¿por qué?
- **b)** Calcula la rapidez media a partir de t=2, para un Δt=3. Explica el significado del resultado que obtengas.
- **c)** Si la rapidez en el instante t=2 es 12 m/s, explica su significado
- **d)** Intenta calcular la rapidez de ese movimiento en el instante t=3

5. A partir de la gráfica *e-t* del movimiento:

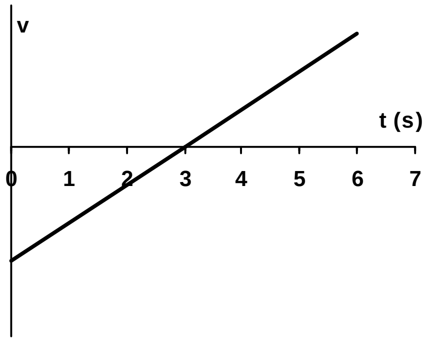


- **a)** Explica con palabras, de la forma más completa que puedas, el movimiento de ese objeto, prestando especial atención a los signos de las magnitudes. Justifica tus explicaciones.
- **b)** Representa de forma aproximada (a mano alzada), la gráfica *v-t*
- **c)** ¿Qué ocurre de particular en cada uno de estos instantes: t=1, t=4, t=7 s?

6. La ecuación de la posición de un objeto es: $\boldsymbol{e_t = t^3 - 12t - 1}$ (S.I.) **a)** Explica con palabras la estrategia que seguirías para averiguar la distancia recorrida por el objeto entre t=0 y t=3 s. **b)** Aplica después esa estrategia para obtener un resultado concreto.

7. Un motorista va detrás de un camión esperando para adelantarlo. Suponiendo que la rapidez del motorista aumenta uniformemente: **a)** Emite hipótesis justificadas sobre las variables que influirán en el tiempo que tarde en realizar el adelantamiento desde el momento en que puede realizar la maniobra. **b)** Analiza cómo influirá cada variable, prestando especial atención a los casos límite.

8. La aceleración de un objeto en el instante t=3 es 5 m/s^2, y su rapidez -12 m/s. Explica el significado físico de ambos datos.



9. La gráfica *v-t* adjunta representa el movimiento de un objeto que se encuentra en el origen el instante t=0.

- **a)** Explica con palabras el movimiento de ese objeto, de la forma más completa que puedas.
- **b)** Representa de forma aproximada (a mano alzada) la gráfica *e-t*
- **c)** Explica con palabras cómo calcularías la distancia recorrida entre t=1 y t=4 s.

10. Un vehículo que se mueve a 108 km/h frena uniformemente hasta que alcanza la rapidez de 36 km/h en 4 s. **a)** Explica con palabras la estrategia que seguirías para averiguar la distancia recorrida durante ese frenazo. **b)** Aplica esa estrategia para obtener un resultado.

11. La rapidez de un objeto en el instante t=10 s es 18 m/s y su aceleración -4 m/s^2. Explica el significado de ambos datos.

12. Un coche que parte del reposo acelera uniformemente hasta alcanzar una rapidez de 108 km/h en 10 s. Después mantiene la rapidez constante durante 20 s y, finalmente, frena con aceleración constante en 6 s. **a)** Dibuja (a mano alzado) la gráfica e-t de este movimiento, justificando su forma **b)** Calcula la distancia recorrida por el coche desde que arranca hasta que frena.

13. Desde una altura de 20 m se lanza verticalmente hacia arriba una bola de 100 g de masa con una rapidez de 15 m/s. **a)** Representa la gráfica *e-t* aproximada (a mano alzada) de ese movimiento. **b)** ¿Qué altura máxima alcanzará? (explica la estrategia y después haces los cálculos) **c)** ¿Qué rapidez tendrá la bola justo antes de llegar al suelo? (explica la estrategia y después haces los cálculos)

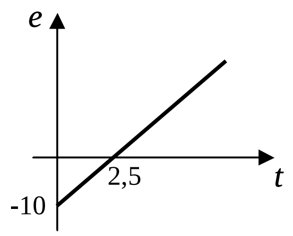
14. Desde el suelo se lanza una bola de 200 g de masa verticalmente hacia arriba con una velocidad de 144 km/h. Calcula la altura máxima que alcanzará y el tiempo que tardará en llegar de nuevo al suelo.

15. Un coche que se encuentra en reposo arranca y acelera hasta alcanzar una cierta rapidez, después mantiene esa rapidez y, al cabo de cierto tiempo, frena hasta detenerse. Representa, de forma aproximada, la gráfica posición-tiempo del movimiento del coche desde que arranca hasta que acaba deteniéndose.

SOLUCIONES

1. $e_t = -10 + 4t$

Pasará por el origen en t=0



2. No es uniforme porque la ecuación de la posición no es lineal, por tanto la rapidez media no es constante.

$(v_m)_{3\to5} = \dfrac{\Delta e_{3\to5}}{\Delta t} = \dfrac{e_5 - e_3}{5-3} = 6\, m/s$ Durante ese intervalo, por término medio, el objeto se desplaza 6 m cada segundo, es decir, recorre 6 m cada segundo en el sentido positivo.

v_3=4 m/s Si a partir de t=3 el objeto tuviese un movimiento uniforme (la rapidez se mantuviese constante), se desplazaría 4 m cada segundo, es decir, recorrería 4 m cada segundo en sentido positivo.

Aproximado: $(v_m)_{4\to4{,}1} = \dfrac{\Delta e_{4\to4{,}1}}{\Delta t} = \dfrac{e_{4{,}1} - e_4}{4{,}1-4} = 6{,}1\, m/s$

Exacto: $v_t = \dfrac{de}{dt} = e' = 2t - 2 \quad \Rightarrow \quad v_4 = 6\, m/s$

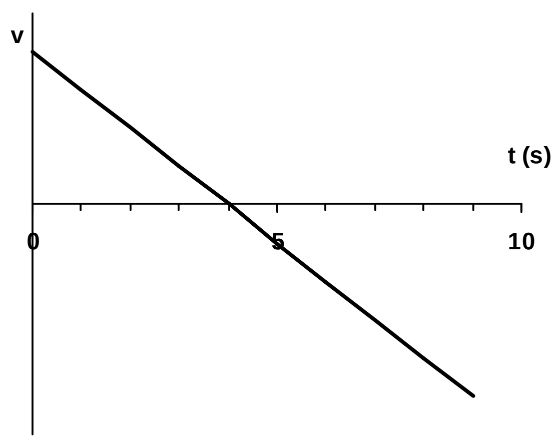
3. Cuando el cronómetro se pone en marcha (t=0) el objeto se encuentra en el lado positivo, y se mueve con rapidez constante en el sentido negativo. Única ecuación posible: $e_t = 12 - 4t$ De acuerdo con esa ecuación, pasará por el origen (e=0) cuando t=3, y la rapidez del movimiento es: -4 m/s

4. Es muy parecido al ejercicio 2. $(v_m)_{2\to5} = \dfrac{\Delta e_{2\to5}}{\Delta t} = \dfrac{e_5 - e_2}{5-2} = 20{,}3\, m/s$

Aproximado: $(v_m)_{3\to3{,}01} = \dfrac{\Delta e_{3\to3{,}01}}{\Delta t} = \dfrac{e_{3{,}01} - e_3}{3{,}01-3} = 18{,}03\, m/s$

Exacto: $v_t = \dfrac{de}{dt} = e' = 6t \quad \Rightarrow \quad v_3 = 18\, m/s$

5. Cuando t=0 está en el lado negativo y se mueve con una rapidez inicial positiva. Desde t=0 hasta t=4 s se mueve en sentido positivo, aunque frenando (aceleración tangencial negativa); **pasa por el origen en t=1** y **en t=4 v=0, instante en el que cambia de sentido.** A partir de t=4, instante en el que está en el lado positivo, se mueve en sentido negativo (v negativa) cada vez más rápido (aceleración tangencial negativa); **vuelve a pasar por el origen en t=7 s.** Debido a la simetría de la gráfica, la aceleración tangencial podría ser constante y con el mismo valor en los dos intervalos.



6. Primer tendré que estudiar si en ese intervalo cambia de sentido, es decir, si v cambia de signo, es decir, si se anula la rapidez. Después divido el intervalo de tiempo en subintervalos, durante los cuales no cambia el sentido del movimiento, y en ellos calculo la distancia como el valor absoluto del desplazamiento. Después basta sumar todas las distancias recorridas.

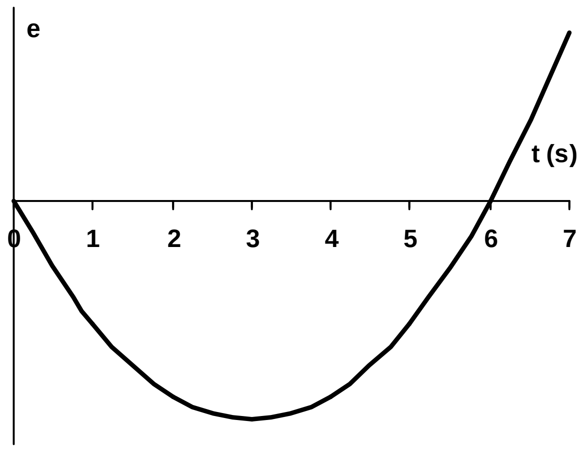
Como $\boldsymbol{v_t = 3t^2 - 12}$, se anula cuando t=2 s. Entonces: $d_{0\to3} = |\Delta e_{0\to2}| + |\Delta e_{2\to3}| = 16 + 7 = 23\,m$

8. Si el movimiento fuese uniformemente variado a partir de t=3 (si la aceleración tangencial se mantuviese constante, es decir, si la rapidez cambiase uniformemente), la rapidez cambiaría 5 m/s cada segundo.

Si el movimiento fuese uniforme a partir de t=3 (si la rapidez se mantuviese constante, es decir, si la posición cambiase uniformemente), la posición cambiaría -12 m cada segundo. Es decir, recorrería 12 m cada segundo en el sentido negativo.

Ambos datos nos dicen que el objeto, en ese instante, va frenando, pues la rapidez y la aceleración tangencial tienen distinto signo.

9. Desde el instante t=0 hasta t=3 la rapidez del objeto es negativa, es decir, se mueve en sentido negativo, pero va frenando hasta que en t=3 la rapidez es cero, es decir: se producirá un cambio de sentido. Como va frenando, la aceleración tangencial en este intervalo es constante y de signo contrario a la rapidez, es decir, será positiva (la rapidez aumenta, aunque "lo rápido" disminuye, por eso va frenando).



A partir de t=3, se mueve en el sentido positivo cada vez más rápido con la misma aceleración que antes.

En conjunto, se trata de un movimiento uniformemente variado, con aceleración tangencial positiva, que al principio tiene rapidez negativa y por eso va frenando hasta que la rapidez se hace cero y cambia de sentido, y a partir de ese instante se mueve cada vez más rápido.

Como sabemos que en t=3 cambia de sentido, calculo el desplazamiento entre t=1 y t=3 (será negativo), y el desplazamiento entre t=3 y t=4 (será positivo), y después sumo los valores absolutos de esos desplazamientos.

10. Como no cambia de sentido durante el frenazo, necesito calcular el valor absoluto del desplazamiento desde t=0 hasta t=4. Si suponemos que la posición inicial es cero (no nos indican nada al respecto en el problema), ese desplazamiento será directamente e_4. Para calcular esa posición necesito saber la ecuación de la posición en función del tiempo. Para obtenerla (después de pasar la rapidez en km/h a m/s): calculo la aceleración tangencial media entre t=0 y t=4, que será la aceleración tangencial del movimiento ya que es constante, y debe ser negativa ya que la rapidez voy a tomarla como positiva. Después, escribo la ecuación de la rapidez en función del tiempo y la ecuación de la posición en función del tiempo.

$$a_{tg} = \frac{v_4 - v_0}{4-0} = \frac{10-30}{4} = -5\,m/s^2 \quad v_t = 30 - 5t \quad e_t = 30t - \frac{5t^2}{2} \quad e_4 = 80\,m$$

11. Si el movimiento fuese uniformemente variado a partir de t=10 (si la aceleración tangencial se mantuviese constante, es decir, si la rapidez cambiase uniformemente), la rapidez cambiaría -4 m/s cada segundo.

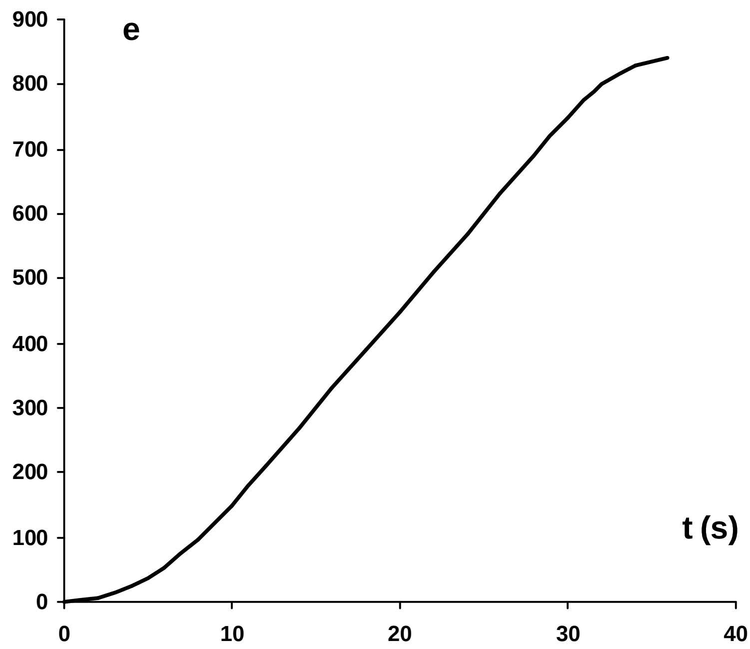
Si el movimiento fuese uniforme a partir de t=10 (si la rapidez se mantuviese constante, es decir, si la posición cambiase uniformemente), la posición cambiaría 18 m cada segundo. Es decir, recorrería 18 m cada segundo en el sentido positivo.

Ambos datos nos dicen que el objeto, en ese instante, va frenando, pues la rapidez y la aceleración tangencial tienen distinto signo.

12. Dividimos el movimiento en tres tramos (Parte del reposo, tomamos tiempo y posición inicial cero, y sentido del movimiento positivo). Mantenemos siempre el mismo origen de tiempos y el mismo sistema de referencia (otra posibilidad: poner el crono a cero al principio de cada tramo y la posición inicial cero también al comienzo de cada tramo)

Intervalo de tiempo	De 0 a 10 s	De 10 a 30 s	De 30 a 36 s
Movimiento	m.u.v. atg = 3 m/s^2	m.u.	m.u.v. atg = -5 m/s^2
Rapidez	3t v_0=0 v_{10}=30 m/s	30 v_{10}=30 m/s v_{30}=30 m/s	30 - 5(t-30) v_{30}=30 m/s v_{36}=0 m/s
Posición	$3t^2/2$ e_0=0 e_{10}=150 m	150 + 30 (t-10) e_{10}=150 m e_{30}=750 m/s	750 + 30(t-30) – $5(t-30)^2/2$ e_{30}=750 m e_{36}=840 m

Si parte de la posición cero y la posición final es 840 m, como no ha cambiado de sentido, la distancia recorrida durante esos 36 s será: 840 m.



13. Tomando el sistema de referencia en el suelo y lado positivo por encima del suelo, la posición del objeto coincidirá entonces con la altura a la que se encuentra.

Ecuaciones (todo en el S.I.):

$$a_{tg} = -10$$

$$v_t = 15 - 10t$$

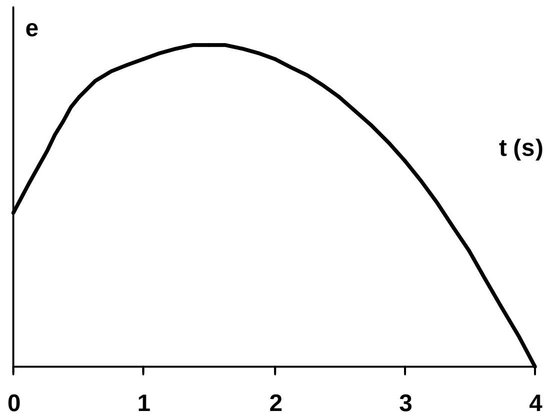
$$e_t = 20 + 15t - 5t^2$$

Alcanzará la altura máxima cuando la rapidez se hace cero (cambia de ser positiva a ser negativa). Tenemos que calcular primero en qué instante v=0 y, después, sustituir ese valor de t en la ecuación de la posición en función del tiempo.

Altura máxima: v_t=0 → t=1,5 → $e_{1,5}$=**31,25 m**

Cuando llega al suelo, la posición valke cero, despejamos el tiempo y sustitutitos en la ecuación de la rapidez.

Llega al suelo: e_t=0 → t=4 s → v_4=-25 m/s



14. Tomando el sistema de referencia en el suelo y lado positivo por encima del suelo, la posición del objeto coincidirá entonces con la altura a la que se encuentra. La posición inicial será cero y la rapidez inicial, de 144 km/h, será: 40 m/s.

Ecuaciones (todo en el S.I.): $a_{tg} = -10$ $v_t = 40 - 10t$ $e_t = 40t - 5t^2$

Altura máxima: v_t=0 → t=4 → e_4=**80 m**

Llega al suelo: e_t=0 → t=8 s (también es solución cuando t=0, que es cuando se lanza)

15. Ver, por ejemplo, la gráfica del problema 12