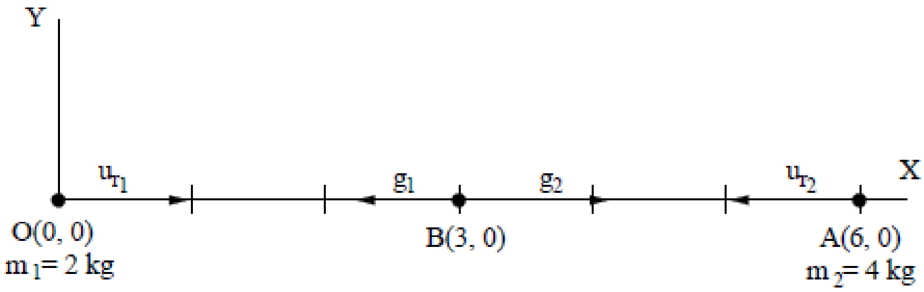
Una partícula de masa $m_1 = 2$ kg está situada en el origen de un sistema de referencia y otra partícula de masa $m_2 = 4$ kg está colocada en el punto A(6,0). Calcula el campo gravitatorio en los puntos de coordenadas B(3,0) y C(3,4) y la fuerza que actúa sobre una partícula de 3 kg de masa situada en el punto C.

Aplicando el principio de superposición, el campo gravitatorio en un punto es igual a la suma vectorial de los campos individuales que actúan en ese punto.



a) Campo gravitatorio en el punto B(3,0).

$$\vec{g}_1 = -G\frac{m_1}{r_1^2}\,\vec{u}_{r_1} = -G\frac{2}{3^2}\,\vec{i} = -G\frac{2}{9}\,\vec{i}$$

$$\vec{g}_2 = -G\frac{m_2}{r_2^2}\,\vec{u}_{r_2} = -G\frac{4}{3^2}\,(-\vec{i}) = G\frac{4}{9}\,\vec{i}$$

Sumando:

$$\vec{g}_B = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = -G\frac{2}{9}\,\vec{i} + G\frac{4}{9}\,\vec{i} = G\frac{2}{9}\,\vec{i} = 1{,}48 \cdot 10^{-11}\,\vec{i}\ \mathrm{N/kg}$$

b) Campo gravitatorio en el punto C(3,4). El punto C está situado a la misma distancia de cada una de las partículas, aplicando el teorema de Pitágoras: $d = 5$ m. Los módulos de los campos creados por cada una de las partículas son:

$$g_1 = G\frac{m_1}{r_1^2} = G\frac{2}{5^2} = G\frac{2}{25}$$

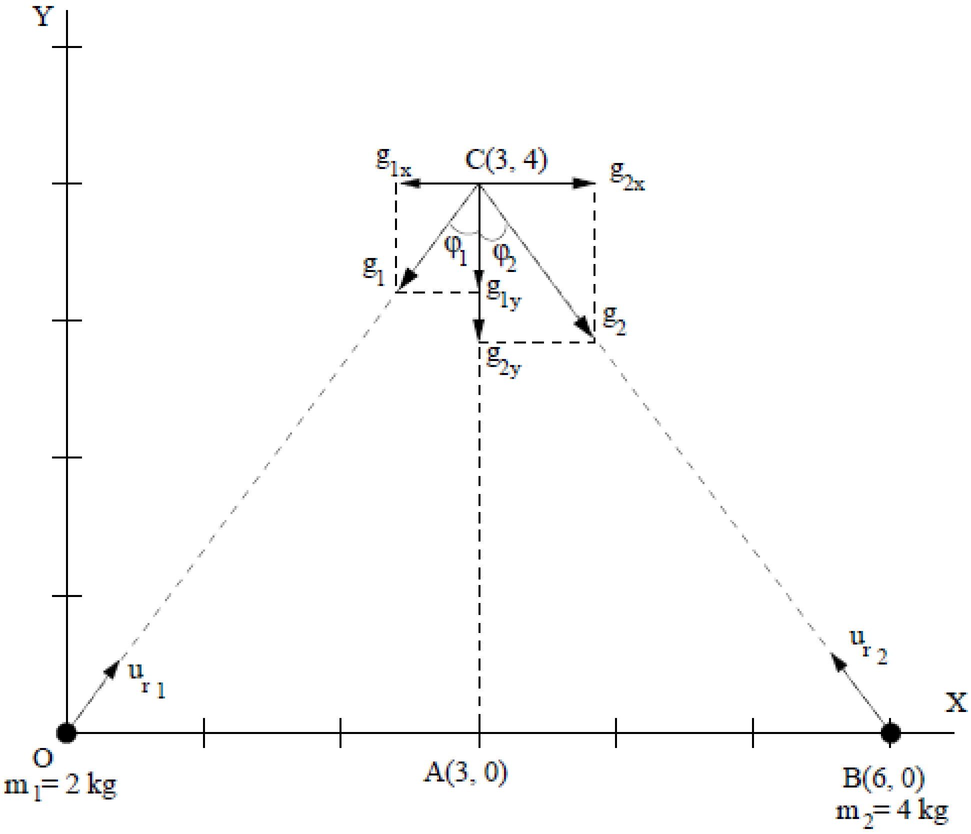
$$g_2 = G\frac{m_2}{r_2^2} = G\frac{4}{5^2} = G\frac{4}{25}$$

Teniendo en cuenta la figura para determinar las relaciones trigonométricas de los respectivos ángulos y aplicando el principio de superposición, se tiene:

$$\vec{g}_{1x} = \vec{g}_1 \cdot \sin\varphi_1 \cdot (-\vec{i}) = -G\frac{2}{25}\,\frac{3}{5}\,\vec{i} = -G\frac{6}{125}\,\vec{i}$$

$$\vec{g}_{2x} = \vec{g}_2 \cdot \sin\varphi_2 \cdot \vec{i} = G\frac{4}{25}\,\frac{3}{5}\vec{i} = G\frac{12}{125}\,\vec{i}$$

$$\vec{g}_x = G\frac{6}{125}\,\vec{i}$$



$$\vec{g}_{1y} = \vec{g}_1 \cdot \cos\varphi_1 \cdot (-\vec{j}) = -G\frac{2}{25}\ \frac{4}{5}\ \vec{j} = -G\frac{8}{125}\ \vec{j}$$

$$\vec{g}_{2y} = \vec{g}_2 \cdot \cos\varphi_2 \cdot (-\vec{j}) = -G\frac{4}{25}\ \frac{4}{5}\ \vec{j} = -G\frac{16}{125}\ \vec{j}$$

$$\vec{g}_y = -G\frac{24}{125}\ \vec{j}$$

Sustituyendo:

$$\vec{g}_C = \vec{g}_x + \vec{g}_y = (3{,}20 \cdot 10^{-12}\ \vec{i} - 12{,}8 \cdot 10^{-12}\ \vec{j})\ \text{N/kg}$$

$$|\vec{g}_C| = \sqrt{g_x^2 + g_y^2} = \sqrt{(3{,}20 \cdot 10^{-12})^2 + (12{,}8 \cdot 10^{-12})^2} = 1{,}32 \cdot 10^{-11}\ \text{N/kg}$$

c) La fuerza que actúa sobre la partícula colocada en el punto C es:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}_C = 3 \cdot (3{,}20 \cdot 10^{-12}\ \vec{i} - 12{,}8 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}) = 9{,}6 \cdot 10^{-12}\ \vec{i} - 38{,}4 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}\ \text{N/kg}$$

$$|\vec{F}| = m \cdot |\vec{g}_C| = 3 \cdot 1{,}32 \cdot 10^{-11} = 3{,}96 \cdot 10^{-11}\ \text{N}$$