

TRABAJO Y ENERGÍA (página 109 del libro)

1.- TRABAJO MECÁNICO.

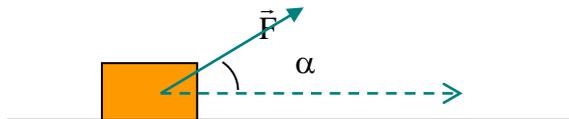
El concepto de trabajo, al igual que vimos con el concepto de fuerza, en la vida diaria es algo intuitivo que solemos asociar con una actividad que requiera esfuerzo, tanto físico como intelectual. En Física, en cambio, el concepto de trabajo tiene un significado que no siempre coincide con el del lenguaje común.

Para que digamos que se realiza trabajo deben producirse interacciones que produzcan modificaciones en los cuerpos. Nosotros nos centraremos en el **trabajo mecánico que se produce cuando se aplica una fuerza y se produce un desplazamiento.**

TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE.

El trabajo de una fuerza constante cuyo punto de aplicación se mueve sobre una trayectoria rectilínea es el producto escalar de la fuerza por el vector desplazamiento:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha \quad (1)$$



El trabajo, por tanto, es una magnitud escalar cuya unidad en el S.I. se llama **julio** (en honor del científico británico James Prescott Joule, primer investigador que descubrió el equivalente mecánico del calor) y es el trabajo que realiza una fuerza de un newton cuando su punto de aplicación se desplaza un metro en la dirección y sentido de la fuerza.

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}$$

A.1. ¿Puede ser nulo el trabajo si se realiza fuerza y hay desplazamiento?

A.2. ¿Puede ser positivo o negativo el trabajo que realiza una fuerza?

A.3. Un caballo que tira de un carro con una fuerza de 2.500 N en una dirección que forma 60° con la horizontal. Calcula el trabajo realizado cuando el carro ha recorrido 100 m.

A.4. Calcula el trabajo que se realiza al elevar un cuerpo de 2 kg de masa hasta una altura de 2 m, si:

a) Se eleva verticalmente.

b) Se eleva por un plano inclinado 30° (considera despreciable el rozamiento).

A.5. ¿Qué trabajo se realiza al sostener un cuerpo de 8 kg de masa a 1,5 m sobre el suelo durante 1 minuto?

A.6. Problema resuelto. Un cuerpo experimenta un desplazamiento $\vec{\Delta r} = 3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ m bajo la acción de la fuerza $\vec{F} = 10\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$ N. Determina el trabajo realizado en ese desplazamiento.

Solución: $W = \vec{F} \cdot \vec{\Delta r}$; $W = (10\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k})(3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}) = 23J$.

2.- ENERGÍA

El concepto de energía también suele ser muy habitual en el lenguaje común. Se suele decir que la realización de un trabajo supone un consumo de energía y se atribuye la propiedad “energía” a los sistemas capaces de realizar un trabajo. Se puede, por tanto, decir que **energía es la capacidad que los cuerpos tienen para realizar transformaciones (realizar un trabajo) en ellos mismos o en otros cuerpos.**

- La unidad de energía en el S.I. será, por tanto, la misma que la de trabajo, es decir, el **julio**.
- Cuando un sistema realiza trabajo sobre otro, este último puede adquirir una capacidad para realizar trabajo (energía) que antes no tenía, por ejemplo si levantamos un cuerpo una cierta altura este adquiere una capacidad de realizar trabajo cuando nosotros lo soltemos.
- A pesar de que a la energía suelen añadirse diferentes calificativos, de hecho puede hablarse únicamente de dos formas de energía: la energía de movimiento y la que un sistema posee debido a la existencia de fuerzas propias del sistema (gravitatorias, electromagnéticas o nucleares). Vamos a estudiar ahora algunos de estos tipos de energía.

2.1. ENERGÍA CINÉTICA

De la experiencia cotidiana observamos que los cuerpos pueden realizar un trabajo al adquirir una velocidad. Esta **energía asociada al movimiento de un cuerpo** recibe el nombre de **energía cinética**, y la representaremos por E_c .

Como el trabajo realizado sobre el cuerpo sirve para incrementar su energía, y como en este caso sólo se ha modificado la velocidad del cuerpo, la energía asociada a la misma se llama energía cinética y su valor es:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Se cumple que $W_{\text{ext}} = -\Delta E_c = -(E_{c2} - E_{c1}) = E_{c1} - E_{c2}$

A.7. ¿Puede ser negativa la energía cinética de un cuerpo? ¿Por qué?

2.2. ENERGÍA POTENCIAL.

- Podemos encontrarnos sistemas de partículas (cuerpos) que son capaces de realizar trabajo independientemente de su estado de movimiento, por ejemplo un cuerpo que está a una cierta altura, un tirachinas con las gomas tensionadas, un muelle comprimido, etc. En todos estos casos los sistemas poseen **una energía asociada a la posición de sus partículas** que recibe el nombre de **energía potencial**.

La energía potencial está asociada a las fuerzas que actúan entre las partículas de un sistema, de modo que para modificar la posición de las partículas es necesario realizar un trabajo en contra de ellas. Así, para comprimir un muelle hay que hacer un trabajo exterior venciendo las fuerzas elásticas. Para elevar un cuerpo a una cierta altura hay que vencer las fuerzas gravitatorias de atracción cuerpo-Tierra. Vamos a ver precisamente estos dos tipos importantes de energía potencial: gravitatoria y elástica.

2.2.1. ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

La energía potencial gravitatoria es **aquella que poseen los cuerpos por el hecho de estar a una cierta altura sobre la superficie terrestre** (u otro astro).

Como el trabajo realizado sobre el cuerpo sirve para incrementar su energía, y como en este caso sólo se ha modificado la altura del cuerpo, la energía asociada a la misma se llama energía potencial y su valor es:

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

Por tanto, el trabajo realizado ha producido una variación en la energía potencial del cuerpo:

$$W_{\text{ext}} = E_p - E_{p_0} = \Delta E_p$$

$$\text{O bien: } W_{\text{ext}} = \Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}$$

Consideraciones importantes:

- Se habla de energía potencial gravitatoria de un cuerpo cuando en realidad se debería decir energía potencial gravitatoria del sistema Tierra-cuerpo, ya que si la Tierra no ejerciese una atracción sobre el cuerpo, éste no tendría por sí mismo energía potencial. Pero al sobreentenderse este hecho se omite mencionar la Tierra.
- En la fórmula de la energía potencial, h representa en realidad la distancia entre la Tierra y el cuerpo (el radio de la Tierra más la altura), por lo que un cuerpo tiene energía potencial 0 en el centro de la Tierra. Sin embargo, si trasladamos el cero de la energía potencial de un cuerpo ($E_p = 0$) a la superficie terrestre, entonces h representa la altura.
- La fórmula $E_p = m \cdot g \cdot h$ sólo es válida si nos movemos en alturas sobre la superficie terrestre que no supongan una variación apreciable en el valor de g (valor que, como vimos en el tema de dinámica, disminuye con la altura),

debiendo en caso contrario calcularse la energía potencial a partir de la expresión de la ley de Gravitación Universal de Newton.

A.8. Un cuerpo de 10 kg de masa se encuentra sobre una mesa de 1 m de altura en una habitación que tiene una altura de 10 m sobre la calle. Calcula:
a) E_p del cuerpo respecto de la calle y del suelo de la habitación.
b) Si el cuerpo cae de la mesa al suelo de la habitación, calcula la variación de su energía potencial respecto a la calle y a la habitación.

Los sistemas abandonados a las fuerzas propias del sistema evolucionan siempre de modo que su energía potencial disminuya.

A.9. Problema resuelto.
Calcula el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria:

- a) Al elevar un cuerpo de 5 kg a 3 m de altura.
 b) Al bajarlo hasta el suelo
 c) ¿Cuál es el trabajo total?

Solución:

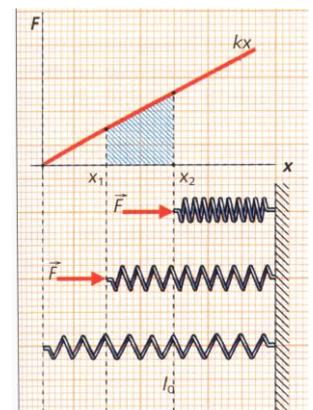
a) $W = \vec{F}_g \cdot \Delta \vec{r} = 3,9,8(-\vec{j}) \cdot 3 \vec{j} = -147J;$

b) $W = \vec{F}_g \cdot \Delta \vec{r} = 3,9,8(-\vec{j}) \cdot 3(-\vec{j}) = 147J;$

c) $W_{TOTAL} = W_{SUBIDA} + W_{BAJADA} = 0.$

2.2.2. ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA.

Vamos a analizar ahora el caso de un muelle que se comprime. Supondremos la situación inicial cuando el muelle está comprimido X_1 y que le aplicamos una fuerza igual y de sentido contrario a la fuerza de recuperación elástica que es, según la ley de Hooke, $F = k \cdot x$ hasta conseguir una compresión X_2 . En este caso el trabajo también se ha invertido en aumentar la energía potencial elástica:



$$W_{ext} = \Delta E_p \quad \text{siendo} \quad \Delta E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_2^2 - \frac{2}{3} k \cdot x_1^2$$

En estos dos casos que hemos visto de fuerzas gravitatorias y elásticas hemos observado que el trabajo que se ha realizado para vencerlas lo acumula el sistema en forma de energía potencial que luego puede recuperarse nuevamente en forma de trabajo. Las fuerzas que poseen esta característica se denominan **fuerzas conservativas**, y tienen asociada una energía potencial propia del sistema.

Si el muelle se le dejara libre, la fuerza recuperadora realizaría un trabajo tal que se cumpliría:

$$W_{\text{int}} = -\Delta E_p$$

2.2.3. CARACTERÍSTICAS DE LAS FUERZAS CONSERVATIVAS.

El trabajo realizado por las fuerzas conservativas solo depende de la posición inicial y final del cuerpo y es independiente de la trayectoria seguida para pasar de un punto a otro. Además, dicho trabajo equivale a la variación negativa de la energía potencial:

$$W = -\Delta E_p$$

De lo anterior se deriva otra importante propiedad de las fuerzas conservativas: si la posición final coincide con la inicial después de haber seguido una trayectoria cíclica o de «ida y vuelta», entonces el trabajo realizado por ellas a lo largo de toda la trayectoria es cero.

El trabajo realizado por las fuerzas conservativas a lo largo de una trayectoria cíclica o de ida y vuelta es nulo.

Pues bien, fuerzas como la gravitacional, la elástica y electrostática, son conservativas.

2.3. ENERGÍA MECÁNICA. CONSERVACIÓN.

Una consecuencia importante de lo que hemos visto hasta ahora es que los diferentes tipos de energía estudiados pueden ser convertidos íntegramente en trabajo mecánico, siendo precisamente la energía mecánica total la energía de un cuerpo que puede transformarse en trabajo y, por tanto, será **la suma de la energía cinética y los diferentes potenciales** que posea el cuerpo (gravitatoria, elástica,...).

Teorema de conservación de la energía mecánica:

Hemos visto la transformación que se produce cuando modificamos la posición de un cuerpo en contra de las fuerzas gravitatorias y elásticas, así como cuando modificamos la velocidad, estableciendo que el trabajo exterior suponía una variación de la energía potencial o cinética del cuerpo, respectivamente.

Si suponemos que sobre un cuerpo realizamos un trabajo de modo que se modifique su velocidad y a la vez su posición, entonces tendremos que:

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_c + \Delta E_p$$

- Si consideramos un **sistema aislado (no actúa ninguna fuerza exterior sobre él)**, entonces:

$$W_{\text{ext}} = 0 \Rightarrow 0 = \Delta E_c + \Delta E_p \quad ; \quad 0 = (E_{c2} - E_{c1}) + (E_{p2} - E_{p1})$$

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2} \quad , \quad \text{es decir: } \boxed{E_{m1} = E_{m2}}$$

lo que constituye el teorema de conservación de la energía mecánica: “ **En un sistema aislado la energía mecánica del sistema permanece constante**”.

En un sistema aislado, por tanto, la energía puede transformarse de unas formas a otras (por ejemplo de cinética a potencial o viceversa) pero la energía total permanecerá constante.

A.10. Problema resuelto.

Desde lo alto de un plano inclinado de 2 m de longitud y 30° de inclinación se deja resbalar un cuerpo de 500 g de masa al que se le imprime una velocidad inicial de 1 m/s. Suponiendo nulo el rozamiento, calcular la velocidad con que llega al suelo.

Solución: Al no haber rozamiento se conserva la energía mecánica:

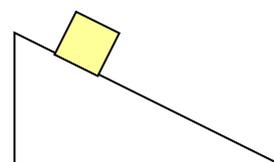
La altura donde está inicialmente el cuerpo es

$$h_1 = l \cdot \sin 30 = 0,5 \cdot 2 = 1 \text{ m.}$$

La altura final será $h_2 = 0$.

$$E_{m(1)} = E_{m(2)}; \quad mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$0,5 \cdot 9,8 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 1^2 = 0,5 \cdot 9,8 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot v_2^2; \quad v_2 = 4,43 \text{ m/s.}$$



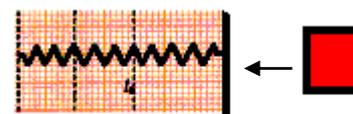
A.11. Un cuerpo de 2 kg está a una altura de 20 m sobre el suelo y se deja caer.

Calcula la E_p , E_c y E_m en cada uno de los siguientes puntos:

- En la posición inicial
- Cuando se encuentra a 5 m del suelo
- Al llegar al suelo

A.12. Problema resuelto

Un cuerpo de 500 g lleva una velocidad de 5 m/s cuando choca contra un muelle de $K=300 \text{ N/m}$. Calcular la deformación que se produce en el muelle.



Solución:

La E_c del cuerpo se transforma en energía potencial elástica del muelle, conservándose la energía total del sistema:

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}; \quad \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 5^2 + \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot 0^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 0^2 + \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot x^2; \quad x = 0,20 \text{ m} = 20 \text{ cm.}$$