Física Nuclear. Ejemplos de problemas resueltos

Ejemplo 1 (Oviedo 2010 - 2011)

El hierro 56 tiene un número atómico Z = 26 y una masa de 55,9394 u. Sabiendo que la masa de un protón es 1,0073 u y la de un neutrón es 1,0087 u, determine:

a) El defecto de masa en u
b) La energía de enlace del núcleo en julios
c) La energía de enlace por nucleón en julios

DATOS: c = 3 10^8 m/s ; 1 u = 1,66. 10^{-27} kg

Solución:

a) Calculamos el defecto en masa viendo la diferencia entre la masa del núcleo y la de los nucleones que lo forman:

$$\Delta m = \left[Z\, m_p + (A - Z)\, m_n\right] - M_{\text{núclido}}$$
$$\Delta m = \left[26\,.1{,}0073\text{ u} + 30.\,1{,}0087\text{ u}\right] - 55{,}9394\text{ u} = 0{,}5114\text{ u}$$

b) La energía correspondiente al defecto de masa es la energía de enlace:

$$E_{\text{Enlace}} = \Delta m\, c^2 = 0{,}5114\ \cancel{u}\ \frac{1{,}66.10^{-27}\text{kg}}{1\ \cancel{u}}\left(3.10^8\ \frac{m}{s}\right)^2 = 7{,}64.10^{-11}\text{ J}$$

c) La energía de enlace por nucleón será:

$$\frac{E_{\text{Enlace}}}{\text{nucleón}} = \frac{E_{\text{Enlace}}}{A} = \frac{7{,}64.10^{-11}\text{ J}}{56} = 1{,}36.10^{-12}\ \frac{\text{J}}{\text{nucleón}}$$

Ejemplo 2 (Oviedo 2006 - 2007)

Entre los materiales gaseosos que se pueden escapar de un reactor nuclear se encuentra el $^{131}_{53}I$ que es muy peligroso por la facilidad con que se fija en la glándula tiroides.

a) Escribe la reacción de desintegración sabiendo que se trata de un emisor beta.

b) Calcula, en unidades S.I., la energía total liberada por el núclido al desintegrarse.

DATOS: ^{131}I= 130,90612 u; ^{131}Xe= 130,90508 u; partícula beta: 5,4891 10^{-4} u;

1 uma= 1,6605 10^{-27} kg; c = 3 10^{8} m/s

Solución:

a) La emisión beta implica la conversión de un neutrón en un protón. El núclido resultante, por tanto, tendrá un número atómico una unidad superior (correspondiente al Xe) y su número másico será idéntico:

$$^{131}I \rightarrow {}^{131}Xe + e^- + \bar{\upsilon}_e$$

b) Suponiendo masa prácticamente nula para el neutrino electrónico tendremos:

Masa inicial (m_i) = 130,90612 u

Masa final (m_f) = (130,90508 +5,4891 10^{-4}) u= 130,90563

Defecto de masa: (m_f - m_i)= (130,90563-130,90612) u = - 4,9$10^{-4}$ u

$$4{,}9\ 10^{-4}\ \cancel{u}\ \frac{1{,}6605\ 10^{-27}\text{kg}}{1\ \cancel{u}} = 8{,}13645\ 10^{-31}\text{kg}$$

Luego la energía generada (masa convertida en energía) será:

E = m c^2 = 8,13645 10^{-31} kg (3 10^8)^2(m/s)^2 = 7,3228 10^{-14} J

Ejemplo 3 (Oviedo 2009 - 2010)

Tenemos 10^4 núcleos de una sustancia radiactiva en un frasco. El periodo de semidesintegración es de 6 años. ¿Cuántos átomos quedarán al cabo de 12 años?

Solución:

Como el periodo de semidesintegración es de 6 años, al cabo de ese tiempo quedarán la mitad de los núcleos presentes al principio, esto es: 5 000 núcleos. Cuando pasen otros seis años el número de núcleos se reducirá nuevamente a la mitad, luego quedarán 2 500 núcleos.

Aunque el cálculo es muy sencillo también podemos usar la ley de decaimiento radiactivo para determimar el número de núcleos que quedan por desintegrar:

$$N = N_0\ e^{-\lambda t}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{6\ \text{años}} = 0{,}1155\ \text{años}^{-1}$$

$$N = 10^4\ e^{-(0{,}1155\ \text{x}\ 12)} = 2\ 500$$

Ejemplo 4 (Oviedo 2000)

El ^{22}Na es un nucleido radiactivo con un periodo de semidesintegración (tiempo necesario para que el número de núcleos se reduzca a la mitad) de 2,60 años.

a) ¿Cuánto vale su constante de desintegración?
b) En el instante (t=0) en que una muestra tiene 4,3 10^{16} núcleos de ^{22}Na ¿cuál es su actividad en becquerelios (desintegraciones por segundo)?
c) Cual será su actividad para t = 1 año?
d) ¿Cuánto valdrá su constante de desintegración para t = 1 año?
e) ¿Cuándo será nula su actividad?

Solución:

a) La constante de desintegración y periodo de semidesintegración son inversamente proporcionales:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{2{,}60\ \text{años}} = 0{,}2666\ \text{años}^{-1}$$

b) La actividad de una muestra es el valor absoluto de la velocidad de desintegración:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda\ N_0\ e^{-\lambda t} = N\ \lambda = 4{,}3\ 10^{16}\ 0{,}2666\ \text{años}^{-1} = 1{,}146\ 10^{16}\text{años}^{-1}$$

$$A = 1{,}146\ 10^{16}\ \frac{1}{\cancel{\text{año}}}\ \frac{1\ \cancel{\text{año}}}{365\ \cancel{\text{días}}}\ \frac{1\ \cancel{\text{día}}}{24\ h}\ \frac{1\ \cancel{h}}{3\ 600\ s} = 3{,}63\ 10^8\ s^{-1}$$

$$A = 3{,}63\ 10^8\ s^{-1} = 3{,}63\ 10^8\ \frac{\text{núcleos}}{s} = 3{,}63\ 10^8\ Bq$$

c) La actividad depende del número de núcleos presentes. Al cabo de un año quedarán:

$$N = N_0\ e^{-\lambda t} = 4{,}3\ 10^{16}\ e^{-0{,}2666 \text{x} 1} = 3{,}3\ 10^{16}\text{núcleos}$$

Su actividad será, por tanto:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda\ N_0\ e^{-\lambda t} = N\ \lambda = 3{,}3\ 10^{16}\ 0{,}2666\ \text{años}^{-1} = 8{,}78\ 10^{15}\text{años}^{-1}$$

$$A = 8{,}78\ 10^{15}\text{años}^{-1}\ \frac{1}{\cancel{\text{año}}}\ \frac{1\ \cancel{\text{año}}}{365\ \cancel{\text{días}}}\ \frac{1\ \cancel{\text{día}}}{24\ h}\ \frac{1\ \cancel{h}}{3\ 600\ s} = 2{,}78\ 10^8\ s^{-1}$$

$$A = 2{,}78\ 10^8\ s^{-1} = 2{,}78\ 10^8\ \frac{\text{núcleos}}{s} = 2{,}78\ 10^8\ Bq$$

d) La constante de desintegración, tal y como su nombres indica, no varía con el tiempo. Es una constante característica del núclido y que en este caso vale 0,2666 años $^{-1}$

e) Como $A = N\,\lambda$, la actividad será nula cuando N (número de núcleos presentes) sea cero. Según la ley de decaimiento radiactivo el número de núcleos sin desintegrar decrece de forma exponencial, lo que implica que será nula para un tiempo infinito (ver gráfica de decaimiento del ^{14}C), aunque en un tiempo finito (más o menos largo) su actividad será prácticamente nula

Ejemplo 5 (Oviedo 2003-2004)

Se bombardea un blanco de ^{24}Mg con partículas alfa y se observa después de la reacción la presencia de ^{27}Al más otra partícula ligera. Sabiendo que los números atómicos del Mg y del Al son 12 y 13, respectivamente, se pide:

a) Identificar razonablemente la partícula ligera.
b) Si las partículas alfa tienen una energía cinética de 1 MeV, ¿podrá tener lugar esa reacción? ¿Y en caso de que su energía cinética sea de 10 MeV?

DATOS: partícula alfa: 4,0039 u ; d= 2,015 u ; n= 1,0087 u ; p= 1,0076 u ; ^{24}Mg= 23,9924 u
^{27}Al = 26,9899 u ; 1 uma= 931,5 MeV/c^2

Solución:

a) Teniendo en cuenta que la suma de los números másicos y atómicos se mantiene invariable, se deduce fácilmente que la partícula pedida es un protón:

$$^{24}_{12}Mg + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{27}_{13}Al + ^{1}_{1}H$$

b) Si hacemos un balance de masa para la reacción planteada, obtenemos:

- Reactivos: m_R= (4,0039 + 23,9924) u = 27,9963 u
- Productos: m_P= (26,9899 +1,0076) u = 27,9975 u

Se puede observar que la masa de los productos es: (27-9975 - 27,9963) u = 1,2 10 $^{-3}$ u superior a la de los reactivos. La reacción, por tanto violaría el principio de conservación masa - energía, ya que los productos tienen más energía:

$$1,2\;10^{-3}\;\cancel{u}\;\frac{931,5\ \text{MeV}}{1\;\cancel{u}} = 1,1178\ \text{MeV}$$

La reacción, en consecuencia, no tendrá lugar si las partículas que colisionan inicialmente no tienen una energía cinética mínima igual al valor obtenido. ***Por tanto, si la partícula alfa*** (suponemos que el núcleo de Mg que actúa como blanco está quieto) ***tiene una energía cinética de 1 MeV, no se producirá la reacción.***

Si la partícula alfa tiene una energía de 10 MeV su energía está por encima del umbral necesario (1,1178 MeV). La reacción será posible. El exceso de energía se distribuirá entre las partículas presentes (como energía cinética o aumentando la energía interna de los núcleos promoviéndolos a estados excitados)

Ejemplo 6 (Oviedo 2009-2010)

En la reacción nuclear de fusión del deuterio con el tritio se genera un núcleo de helio y otra partícula, X, con un desprendimiento de energía E:

$$^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + X + E$$

a) ¿Qué partícula se genera (razone la respuesta)
b) Deterrminar el valor de E

DATOS: c= 3,00 10^8 m/s; deuterio: 2,0141 u ; tritio= 3,0160 u; ^4He = 4,0039 u
n= 1,0087 u ; p= 1,0073 u ; ; 1 uma= 1,6605 10^{-27} kg

Solución:

a) Como en la reacción nuclear se conservan tanto la suma de los números másicos (número de nucleones) como la de los números atómicos (protones), deducimos que la partícula pedida debe ser un neutrón:

$$^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n + E$$

b) Para determinar el valor de la energía desprendida hacemos el balance de masa de la ecuación y calculamos la energía correspondiente al defecto de masa mediante la fórmula de Einstein: $E = m\,c^2$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Productos:} \\ m_P = (4,0039 + 1,0087)\,u = 5,0126\ u \\ \text{Reactivos:} \\ m_R = (2,0141 + 3,0160)\,u = 5,0301\ u \end{array}\right\}$$

$$\Delta m = m_P - m_R = (5,0126 - 5,0301)\,u = -0,0175\ u$$

$$E = mc^2 = 0,0175\ \cancel{u}\ \frac{1,6605\ 10^{-27}\,kg}{1\ \cancel{u}}.\left(3\ 10^8\right)^2 \frac{m^2}{s^2} = 2,62\ 10^{-12}\,J$$

NOTA: Si calculamos la cantidad de energía desprendida en la fusión de 1 mol de deuterio (2,014 g) con otro de tritio (3,016 g) obtendríamos:

$$2,62\ 10^{-12}\ \frac{J}{\cancel{\text{núcleo}}}\ \frac{6,023\ 10^{23}\ \cancel{\text{núcleos}}}{1\,\text{mol}} = 1,58\ 10^{12}\,J$$

Para darnos una idea de la cantidad de energía generada pensemos que de un barril de petróleo (unos 159 litros) se puede convertir en gasolina un 30 % aproximadamente, luego un barril de petróleo rinde unos 48 litros de gasolina. Un litro de gasolina genera 3,48 10^7 J de energía, luego la fusión de un mol de deuterio con un mol de tritio nos suministraría la energía equivalente a:

$$1,58\ 10^{12}\ \cancel{J}\ \frac{1\,\text{litro gasolina}}{3,48\ 10^{7}\ \cancel{J}} = 45\ 402\ \text{litros gasolina}$$

$$45\ 402\ \cancel{\text{litros gasolina}}\ \frac{1\,\text{barril petróleo}}{48\ \cancel{\text{litros gasolina}}} = 946\ \text{barriles de petróleo}$$