FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS. ENERGÍA CINÉTICA Y POTENCIAL. Problemas resueltos.

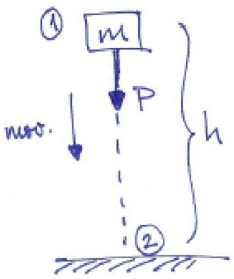
1

2.- a) Principio de conservación de la energía mecánica.
b) Un objeto de masa m se deja caer desde una altura h. ¿Qué trabajo realiza el peso? ¿Con qué velocidad llega al suelo?

a) Si todas las fuerzas que actúan sobre una partícula son conservativas, entonces existe una energía potencial asociada a cada una de ellas. El trabajo que realizan estas fuerzas da lugar a un aumento de energía cinética (teorema de las fuerzas vivas) y a una disminución de la energía potencial:

$$\left.\begin{array}{l} W = \Delta E_c \\ W = -\Delta E_p \end{array}\right\} \quad \Delta E_c + \Delta E_p = \Delta (E_c + E_p) = \Delta E = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{La energía mecánica permanecerá constante.}$$

A la magnitud $E = E_c + E_p$ se le llama energía mecánica de la partícula; observar que una partícula tiene energía mecánica cuando se está moviendo (energía cinética) y/o cuando tiene capacidad de comenzar a moverse (energía potencial).



b) El trabajo que realiza el peso se calcula de la manera siguiente:

$$W = P \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha = mgh \cdot 1 = \boxed{mgh}$$

donde $\alpha = 0°$ es el ángulo que forman el peso y el sentido del movimiento del objeto.

Para calcular la velocidad con que llega al suelo tenemos en cuenta que, al no existir rozamiento, la energía mecánica debe permanecer constante:

$$\Delta E = 0 \;\Rightarrow\; E_2 - E_1 = 0 \;\Rightarrow\; (E_{C2} + \cancel{E_{P2}}) - (\cancel{E_{C1}} + E_{P1}) = 0 \;\Rightarrow\; 1/2\, \cancel{m} v_2^2 - \cancel{m} gh = 0 \;\Rightarrow\; \boxed{v_2 = \sqrt{2gh}}$$

2

5.- a) ¿Por qué la fuerza ejercida por un muelle que cumple la ley de Hooke se dice que es conservativa?
b) ¿Por qué la fuerza de rozamiento no es conservativa?

a) La ley de Hooke establece que cuando se deforma un muelle una determinada longitud (no excesivamente grande), la fuerza elástica con que el muelle "responde" a la deformación ejercida sobre él es proporcional a dicha deformación:

$$\vec{F} = -K\vec{x}$$

donde K es la constante elástica del muelle y x, la deformación. El signo negativo nos indica que la fuerza elástica tiene sentido contrario al de la deformación. Esta fuerza es conservativa porque no depende de la manera en que el muelle haya sido deformado, sino de la deformación del mismo (o diferencia entre las posiciones inicial y final del muelle), por lo que se tratará de una fuerza conservativa.

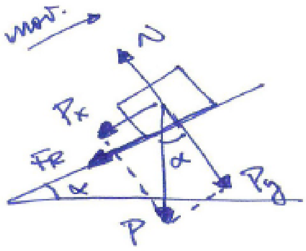
b) Porque el trabajo que realiza depende de la trayectoria que siga el cuerpo al moverse entre las posiciones inicial y final. Así, cuanto mayor sea el recorrido del objeto, mayor será el trabajo de rozamiento, aunque las posiciones inicial y final sean iguales. Es por ello por lo que el rozamiento NO es una fuerza conservativa, pues da lugar a pérdidas de energía (mecánica) en forma de calor.

6.- Sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal se encuentra un bloque de 0,5 kg adosado al extremo superior de un resorte, de constante elástica 200 N·m^{-1}, paralelo al plano y comprimido 10 cm. Al liberar el resorte, el bloque asciende por el plano hasta detenerse y, posteriormente, desciende. El coeficiente de rozamiento es 0,1.

a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando asciende por el plano y calcule la aceleración del bloque.

b) Determine la velocidad con la que el bloque es lanzado hacia arriba al liberarse el resorte y la distancia que recorre el bloque por el plano hasta detenerse.

g = 10 m·s^{-2}

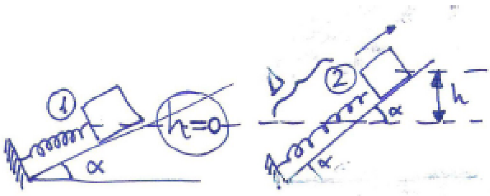


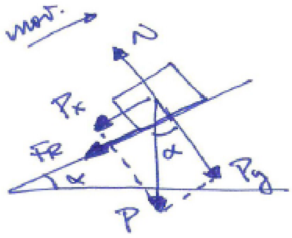
a) En la figura aparecen indicadas las fuerzas que actúan sobre el bloque durante su ascenso. Observar que tanto la componente horizontal del peso como la fuerza de rozamiento causan la disminución progresiva de velocidad del bloque, hasta que acaba por detenerse.

Calculamos la aceleración del bloque aplicando la 2ª ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a} \begin{cases} \text{Eje X: } -F_R = ma \;\Rightarrow a = \dfrac{-F_R}{m} = \dfrac{-\mu\,\cancel{m}g\cos\alpha}{\cancel{m}} = -0'1\cdot 10\cdot\cos 30° = \boxed{-0'87\ \ m\cdot s^{-2}} \\ \text{Eje Y: } N - P_Y = \cancel{ma} \end{cases}$$

b) Para calcular la velocidad con que el bloque es lanzado hacia arriba escogemos las posiciones 1 y 2 de la figura; al existir rozamiento, la energía mecánica no permanece constante:



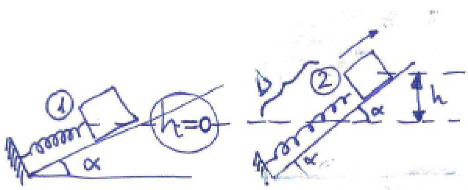


a) En la figura aparecen indicadas las fuerzas que actúan sobre el bloque durante su ascenso. Observar que tanto la componente horizontal del peso como la fuerza de rozamiento causan la disminución progresiva de velocidad del bloque, hasta que acaba por detenerse.

Calculamos la aceleración del bloque aplicando la 2ª ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a} \begin{cases} \text{Eje X: } -F_R = ma \;\Rightarrow a = \dfrac{-F_R}{m} = \dfrac{-\mu\,\cancel{m}g\cos\alpha}{\cancel{m}} = -0'1\cdot 10\cdot\cos 30° = \boxed{-0'87\ \ m\cdot s^{-2}} \\ \text{Eje Y: } N - P_Y = \cancel{ma} \end{cases}$$

b) Para calcular la velocidad con que el bloque es lanzado hacia arriba escogemos las posiciones 1 y 2 de la figura; al existir rozamiento, la energía mecánica no permanece constante:



$$\Delta E = W_R \;\Rightarrow\; E_2 - E_1 = F_R\cdot\Delta r\cdot\cos\beta \;\Rightarrow\; (E_{C2} + E_{P2}) - (\cancel{E_{C1}} + \cancel{E_{P1}} + E_{Pel}) = F_R\cdot\Delta r\cdot\cos\beta$$

Ahora bien, el ángulo que forman la fuerza de rozamiento y el sentido del movimiento es β = 180°, el desplazamiento del objeto es igual a la deformación del muelle y también se cumple que:

$$\text{sen } 30° = \frac{h}{x} \Rightarrow h = 0'5\ x = 0'05 \quad m$$

Así pues, nos queda:

$$1/2\ mv_2^2 + mgh - 1/2\ Kx^2 = -\ \mu mg\cos\alpha \cdot x$$

Sustituyendo los valores numéricos y despejando, obtenemos $v_2 = \boxed{1'68\ m\cdot s^{-1}}$.

Para calcular la distancia, d, que recorre el bloque hasta detenerse escogemos como posición inicial la misma que anteriormente, y como posición final el punto en que se detiene ($v_3 = 0$); al existir rozamiento, la energía mecánica no permanece constante:

$$\Delta E = W_R \quad \Rightarrow \quad E_3 - E_1 = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos\beta \quad \Rightarrow \quad (\cancel{E_{C3}} + E_{P3}) - (\cancel{E_{C1}} + \cancel{E_{P1}} + E_{Pel}) = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos\beta$$

Ahora bien, el ángulo que forman la fuerza de rozamiento y el sentido del movimiento es $\beta = 180°$, el desplazamiento del objeto es igual a $d + x$, y también se cumple que:

$$\text{sen } 30° = \frac{h}{d + x} \Rightarrow h = 0'5d + 0'05$$

Así pues, nos queda:

$$mgh - 1/2\ Kx^2 = -\ \mu mg\cos\alpha \cdot (d + x)$$

Sustituyendo los valores numéricos y despejando *d* en la ecuación obtenida, obtenemos $\boxed{d = 0'24\ m.}$

4

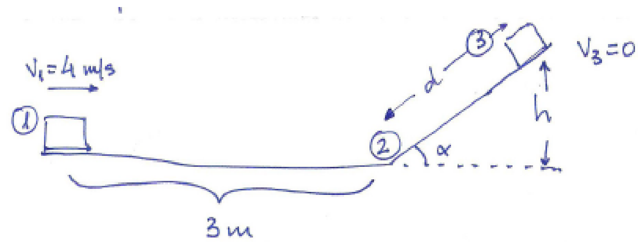
7.- Se lanza una masa con una velocidad inicial de 4 $m\cdot s^{-1}$ sobre una superficie horizontal de 3 m de longitud, subiendo después por un plano inclinado 30°. Si el coeficiente de rozamiento entre la masa y el suelo en todo el recorrido es 0´2, determine:

a) La velocidad de la masa cuando pasa por primera vez por el punto de separación entre ambas superficies.

b) La distancia que recorre la masa sobre el plano inclinado hasta que vuelve a caer.

$g = 10\ m\cdot s^{-2}$

a) Para calcular la velocidad de la masa en el punto 2 de la figura debemos tener en cuenta que, al existir rozamiento, la energía mecánica no permanece constante:



$$\Delta E = W_R \quad \Rightarrow \quad E_2 - E_1 = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos\beta \quad \Rightarrow$$
$$(E_{C2} + \cancel{E_{P2}}) - (E_{C1} + \cancel{E_{P1}}) = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos\beta$$

donde $\beta = 180°$ es el ángulo que forman la fuerza de rozamiento y el sentido del movimiento. Al moverse sobre una superficie horizontal, la normal y el peso coinciden, con lo cual:

$$1/2\ \cancel{m}v_2^2 - 1/2\ \cancel{m}v_1^2 = -\ \mu\cancel{m}g\Delta r \quad \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2\mu g\,\Delta r} = \sqrt{4^2 - 2\cdot 0'2\cdot 10\cdot 3} = \boxed{2 \quad m\cdot s^{-2}}$$

b) Para calcular la distancia, d, que recorre la masa sobre el plano inclinado antes de caer escogemos los puntos 2 y 3 como posiciones inicial y final de su movimiento; al existir rozamiento, la energía mecánica no permanece constante:

$$\Delta E = W_R \Rightarrow E_3 - E_2 = F_R \cdot d \cdot \cos\beta \Rightarrow (\cancel{E_{C3}} + E_{P3}) - (E_{C2} + \cancel{E_{P2}}) = F_R \cdot d \cdot \cos\beta$$

donde $\beta = 180°$ es el ángulo que forman la fuerza de rozamiento y el sentido del movimiento. Al moverse sobre una superficie inclinada, $N = P_Y$, con lo cual:

$$\cancel{m}gh - 1/2\, \cancel{m}v_2^2 = -\mu\cancel{m}g\cos\alpha \cdot d$$

La altura h y el desplazamiento d están relacionados de la manera siguiente:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{h}{d} \Rightarrow h = d\ \text{sen}\,\alpha$$

Sustituyendo, nos queda:

$$g d\,\text{sen}\alpha - 1/2\, v_2^2 = -\mu g d\cos\alpha \Rightarrow d = \frac{v_2^2}{2g(\text{sen}\,\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{2^2}{2\cdot 10\cdot(\text{sen}\ 30° + 0{'}2\cdot\cos 30°)} = \boxed{0{'}3\ \ \text{m}}$$

5

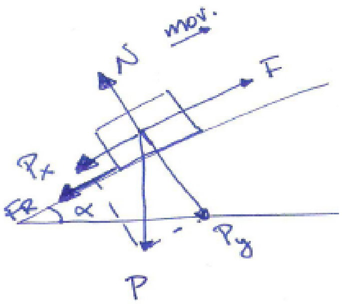
8.- Por un plano inclinado 30° respecto a la horizontal asciende, con velocidad constante, un bloque de 100 kg por acción de una fuerza paralela a dicho plano. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0´2.

a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el bloque y explique las transformaciones energéticas que tienen lugar en su deslizamiento.

b) Calcule la fuerza paralela que produce el desplazamiento, así como el aumento de energía potencial del bloque en un desplazamiento de 20 m.

$g = 10\ m\cdot s^{-2}$

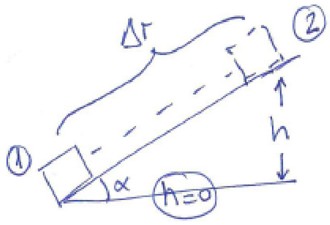
a) En el esquema aparecen indicadas las fuerzas (la fuerza F ejercida, el peso P, la normal N y la fuerza de rozamiento F_R) que actúan sobre el bloque en su ascenso. Conforme el bloque asciende, su energía cinética permanece constante al ser constante su velocidad; la energía potencial gravitatoria aumenta al aumentar su altura con respecto al punto inicial. Y la energía mecánica no será constante al existir rozamiento (que se trata de una fuerza no conservativa), el cual produce una disipación de energía en forma de calor. El bloque es capaz entonces de ascender gracias al trabajo que realiza la fuerza paralela al plano aplicada sobre él.



b) Para calcular la fuerza paralela que produce el desplazamiento aplicamos la 2ª ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a} \begin{cases} \text{Eje X: } F - F_R = \cancel{ma} \Rightarrow F = F_R = \mu N = \mu P_Y = \mu m g\cos\alpha = 0{'}2\cdot 100\cdot 10\cdot\cos 30° = \boxed{173{'}21\ \text{N}} \\ \text{Eje Y: } N - P_Y = \cancel{ma} \Rightarrow N = P_Y \end{cases}$$

Para calcular el aumento de energía potencial del bloque en un desplazamiento de 20 m escogemos los puntos 1 y 2 de la figura como posiciones inicial y final de su movimiento:



$$\Delta E_P = E_{P2} - E_{P1} = mgh = \cancel{mg}\Delta r\ \text{sen}\,\alpha = 100\cdot 10\cdot 20\cdot\text{sen}\ 30° = \boxed{10000\ \text{J}}$$

donde hemos tenido en cuenta que

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{h}{\Delta r} \Rightarrow h = \Delta r\ \text{sen}\,\alpha$$

6

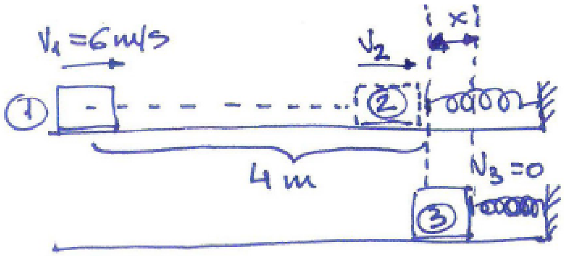
9.- Un bloque de 2 kg de masa se lanza con una velocidad de 6 m·s^{-1} por una superficie horizontal rugosa (μ = 0´2). Después de recorrer una distancia de 4 m, choca con el extremo libre de un resorte, de masa despreciable y constante elástica 200 N·m^{-1}, colocado horizontalmente y fijo por el otro extremo. Calcule:

a) La compresión máxima del resorte.

b) La altura desde la que debería dejarse caer el bloque sobre el extremo del resorte, colocado verticalmente, para que la compresión máxima fuera la misma que en el apartado anterior.

g = 10 m·s^{-2}

a) Al existir rozamiento durante todo el recorrido la energía mecánica no permanece constante; escogiendo los puntos 1 y 3 como posiciones inicial y final del movimiento del objeto, queda:



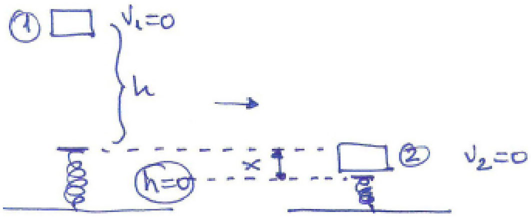
$$\Delta E = W_R \Rightarrow E_3 - E_1 = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos\beta \Rightarrow$$
$$(\cancel{E_{C3}} + \cancel{E_{P3}} + E_{Pel}) - (E_{C1} + \cancel{E_{P1}}) = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos\beta$$

Ahora bien, el ángulo que forman la fuerza de rozamiento y el sentido del movimiento es β = 180°, el desplazamiento del objeto es igual a *4 + x*, y también sabemos que la fuerza normal y el peso coinciden (al desplazarse el cuerpo sobre una superficie horizontal). Así pues:

$$1/2\, Kx^2 - 1/2\, mv_1^2 = -\mu mg\,(4 + x)$$

Sustituyendo los valores numéricos y resolviendo la ecuación de 2° grado resultante, obtenemos $\boxed{x = 0´43 \text{ m.}}$

b) Observa en la figura las posiciones inicial y final, 1 y 2, del cuerpo en su movimiento de caída; al no existir rozamiento, la energía mecánica permanecerá constante:



$$\Delta E = 0 \Rightarrow E_2 - E_1 = 0 \Rightarrow (\cancel{E_{C2}} + \cancel{E_{P2}} + E_{Pel}) - (\cancel{E_{C1}} + E_{P1}) = 0$$

Observa que la energía potencial gravitatoria del cuerpo se transforma íntegramente en energía potencial elástica. Así pues, nos queda:

$$1/2\, Kx^2 - mg\,(h + x) = 0$$

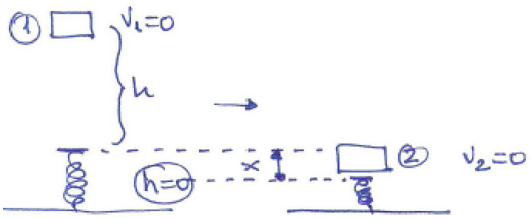
Sustituyendo los datos numéricos y despejando h, obtenemos $\boxed{h = 0´49 \text{ m.}}$

Ahora bien, el ángulo que forman la fuerza de rozamiento y el sentido del movimiento es β = 180°, el desplazamiento del objeto es igual a *4 + x*, y también sabemos que la fuerza normal y el peso coinciden (al desplazarse el cuerpo sobre una superficie horizontal). Así pues:

$$1/2\, Kx^2 - 1/2\, mv_1^2 = -\mu mg\,(4 + x)$$

Sustituyendo los valores numéricos y resolviendo la ecuación de 2° grado resultante, obtenemos $\boxed{x = 0´43 \text{ m.}}$

b) Observa en la figura las posiciones inicial y final, 1 y 2, del cuerpo en su movimiento de caída; al no existir rozamiento, la energía mecánica permanecerá constante:



$$\Delta E = 0 \Rightarrow E_2 - E_1 = 0 \Rightarrow (\cancel{E_{C2}} + \cancel{E_{P2}} + E_{Pel}) - (\cancel{E_{C1}} + E_{P1}) = 0$$

Observa que la energía potencial gravitatoria del cuerpo se transforma íntegramente en energía potencial elástica. Así pues, nos queda:

$$1/2\, Kx^2 - mg\,(h + x) = 0$$

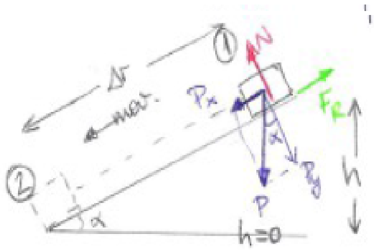
Sustituyendo los datos numéricos y despejando h, obtenemos $\boxed{h = 0´49 \text{ m.}}$

10.- Se deja caer un cuerpo de 0´5 kg desde lo alto de una rampa de 2 m, inclinada 30° con la horizontal, siendo el valor de la fuerza de rozamiento entre el cuerpo y la rampa de 0´8 N. Determine:

a) El trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, al trasladarse éste desde la posición inicial hasta el final de la rampa.

b) La variación que experimentan las energías potencial, cinética y mecánica del cuerpo en la caída a lo largo de toda la rampa.

$g = 10\ m\cdot s^{-2}$



a) En la figura de la derecha aparecen indicadas todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, así como sus posiciones inicial y final, 1 y 2. Hallamos el trabajo que realiza cada una de ellas teniendo en cuenta que el desplazamiento es $\Delta r = 2$ m:

- Fuerza de rozamiento: el trabajo que realiza esta fuerza será:

$$W_R = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos\beta = 0{'}8 \cdot 2 \cdot \cos 180° = \boxed{-1{'}6\ J}$$

donde $\beta = 180°$ es el ángulo que forman la fuerza de rozamiento y el sentido del movimiento.

- Peso: consideraremos, por separado, sus dos componentes:

  - El trabajo que realiza P_x será:

$$W_{Px} = P_x \cdot \Delta r \cdot \cos\beta = mg\,\text{sen}\,\alpha \cdot \Delta r \cdot \cos 0° = 0{'}5 \cdot 10 \cdot \text{sen}\,30° \cdot 2 \cdot 1 = \boxed{5\ J}$$

  donde $\beta = 0°$ es el ángulo que forman P_x y el sentido del movimiento.

  - El trabajo que realiza P_y será:

$$W_{Py} = P_y \cdot \Delta r \cdot \cos\beta = mg\cos\alpha \cdot \Delta r \cdot \cos 90° = \boxed{0}$$

  donde $\beta = 90°$ es el ángulo que forman P_y y el sentido del movimiento.

- Fuerza normal ($N = P_y$): el trabajo que realiza esta fuerza será:

$$W_N = N \cdot \Delta r \cdot \cos\beta = mg\cos\alpha \cdot \Delta r \cdot \cos 90° = \boxed{0}$$

donde $\beta = 90°$ es el ángulo que forman N y el sentido del movimiento.

b) Para hallar la variación de energía potencial consideramos que ésta es nula en el punto inferior del plano inclinado; entonces:

$$\Delta E_p = \cancel{E_{p2}} - E_{p1} = -\,mgh = -\,mg\cdot\Delta r\cdot \text{sen}\ \alpha = -\,0'5\cdot 10\cdot 2\cdot \text{sen}\ 30^\circ = \boxed{-\,5\ J}$$

Para hallar la variación de energía cinética debemos averiguar en primer lugar la velocidad con que el cuerpo llega al extremo inferior del plano inclinado; para ello, tenemos en cuenta que, al existir rozamiento, la energía mecánica no se conserva:

$$\Delta E = W_R \;\Rightarrow\; E_2 - E_1 = F_R\cdot\Delta r\cdot\cos\beta \;\Rightarrow\; (E_{c2} + \cancel{E_{p2}}) - (\cancel{E_{c1}} + E_{p1}) = F_R\cdot\Delta r\cdot(-1)$$

Sustituyendo las distintas energías, nos queda:

$$\tfrac{1}{2}\,mv^2 - mgh = -\,F_R\cdot\,\Delta r$$

La altura, h, y el desplazamiento del bloque, Δr, están relacionados de la manera siguiente:

$$\text{sen}\ \alpha = \frac{h}{\Delta r} \Rightarrow h = \Delta r\cdot \text{sen}\ \alpha$$

Sustituyendo en la expresión anterior, y despejando la velocidad (v) con que el bloque llega al extremo inferior del plano inclinado, nos queda:

$$v = \sqrt{\frac{2(mg\,\Delta r\,\text{sen}\ \alpha - F_R\cdot\Delta r)}{m}} = \sqrt{\frac{2(0'5\cdot 10\cdot 2\cdot \text{sen}\ 30^\circ - 0'8\cdot 2)}{0'5}} = 3'69\ m\cdot s^{-1}$$

Así pues, la variación de energía cinética será:

$$\Delta E_c = E_{c2} - \cancel{E_{c1}} = \tfrac{1}{2}\,mv^2 = \tfrac{1}{2}\cdot 0'5\cdot 3'69^2 = \boxed{3'4\ J}$$

Por último, la variación de energía mecánica será:

$$\Delta E = \Delta(E_c + E_p) = \Delta E_c + \Delta E_p = 3'4 + (-5) = \boxed{-\,1'6\ J}$$

Observar que la energía mecánica no se conserva; su variación es negativa, lo cual significa que se pierde parte de ella en forma de calor debido al rozamiento (¡por eso la variación de energía mecánica coincide con el trabajo de rozamiento!).