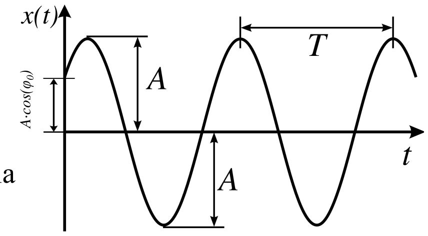
1. Movimiento oscilatorio. Magnitudes e ideas básicas

Se habla de movimiento oscilatorio, **movimiento vibratorio armónico simple** (MAS), oscilador armónico para referirse a un sistema cualquiera (mecánico, eléctrico, …) que una vez dejado en libertad fuera de su posición de equilibrio vuelve a ella describiendo oscilaciones sinusoidales.
Se introducen de magnitudes e ideas manera general aunque algunas están más asociadas a movimiento y otras a dinámica.
Periodo T, número de oscilaciones por segundo
Frecuencia $f=\frac{1}{T}$ Aquí y en otros sitios se usa f y no ν (ni), para evitar confusión con v según la tipografía.
Frecuencia angular $\omega=2\pi f$
Posición de equilibrio (x=0): punto donde fuerza recuperadora es nula
Elongación x: distancia a la posición de equilibrio, posición.
Amplitud A: valor de elongación máxima



Peppergrower, wikimedia, cc-by-sa

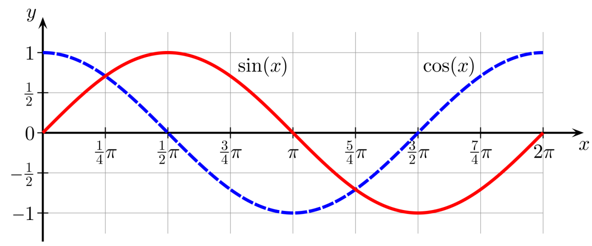
Constante elástica k. Importancia no confundir con número de onda, habitualmente ambas k y en minúsculas; MAS se relaciona con ondas ya que un MAS es el foco emisor de una onda
Asumimos un **oscilador ideal sin pérdidas**: no hay rozamiento, y describiría un movimiento indefinido.
Visón global cualitativa: se pueden razonar posiciones en las que v, a, F, E_c y E_p es máxima y mínima.
Por defecto siempre unidades del SI: x y A en m, t en s, f en Hz, ω en rad/s, φ en rad, v en m/s, a en m/s², F en N, k en N/m, E en J

2. Cinemática. Elongación, velocidad y aceleración

Se puede y se suele introducir movimiento oscilatorio como la proyección de un movimiento circular uniforme (MCU) y así obtener las expresiones, pero no es obligatorio. Sí es útil ya que los conceptos de f, T, frecuencia angular ya se suelen conocer asociados al MCU. El hecho que realmente define un MAS es la aceleración proporcional a la elongación.
Posición $x(t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$ La fase inicial φ_0 asociable a elongación cuando t=0.
Velocidad, en función del tiempo $v(t)=-A\omega\, sen(\omega t+\varphi_0)$ y de la elongación $v=\pm\omega\sqrt{(A^2-x^2)}$
Aceleración, en función del tiempo $a(t)=-A\omega^2\cos(\omega t+\varphi_0)$ y de la elongación $a(x)=-\omega^2 x$
La función sinusoidal a elegir es arbitraria, cos ó sen. Se suele utilizar coseno para la posición. La diferencia entre ambas se trata solo de un desfase. En alguna situación puede interesar usar seno.

$$\cos(\alpha)=sen(\alpha+\frac{\pi}{2})$$

$$sen(\alpha)=\cos(\alpha-\frac{\pi}{2})$$



Geek3, wikipedia, cc-by

Ambas fórmulas son la misma. El seno está retrasado en fase respecto a coseno: hay que añadirle π/2 al argumento seno.

3. Dinámica del movimiento armónico simple

Lo esencial es ver que el MAS está originado por una **fuerza recuperadora**: fuerza conservativa que siempre tiende a llevar el cuerpo a la posición de equilibrio (por eso tiene un signo menos). Está asociada a la k, constante elástica. Se suele asociar a muelles y la ley de Hooke, pero hay más casos.

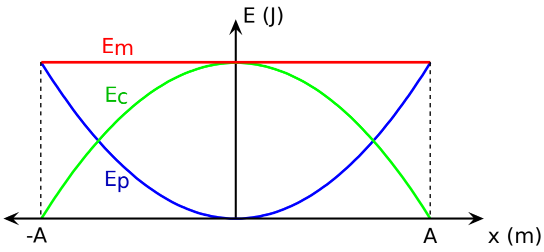
$$F=-kx\,;\,F=ma \qquad k=m\omega^2$$

4. Energía de un oscilador armónico

$$E_c=\frac{1}{2}k(A^2-x^2)=\frac{1}{2}kA^2 sen^2(\omega t+\varphi_0);$$

$$E_p=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi_0);$$

$$E_m=E_c+E_p=E_{c\,máx}=E_{p\,máx}=\frac{1}{2}kA^2$$



jfmelero, wikimedia, cc-by

Oscilador ideal, no hay pérdidas, se conserva la energía total mecánica, (la fuerza recuperadora es conservativa) y se produce un intercambio entre E_c y E_p. Es interesante visualizar la representación de E_c, E_p y Em frente a x. Ec tiene nulos en x=±A y máximo en x=0. Ep tiene nulo en x=0 y máximos en x=±A. E_m es constante.

5. Ejemplos de oscilaciones

5.1 Oscilaciones de un muelle

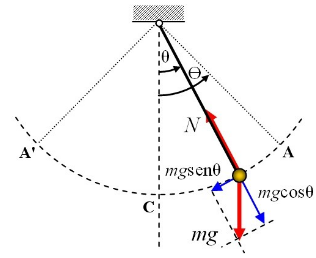
Lo habitual es plantear un muelle unido a una masa en su extremo y fijo por el otro sobre una superficie horizontal sin rozamiento. En este caso la elongación es la posición del extremo del muelle.
Además de la idealización de no haber rozamiento, se considera que el muelle no tiene masa y masa puntual.

5.1.1 Masa en muelle vertical

En muchos casos se utiliza la situación de muelle vertical para dar indirectamente la k del muelle, a partir de la masa del cuerpo y cuanto varía de longitud al colgar la masa. $m\,g=k\,l\,;\,k=\frac{m\,g}{l}$

Como muchos problemas se plantean con un muelle en horizontal sobre una superficie sin rozamiento, y en la posición de equilibrio no hay ninguna fuerza neta sobre el muelle, a veces surge la duda de si una masa colgada oscila respecto a la posición de equilibrio describiendo un MAS, ya que parece que hay una fuerza no nula actuando que es el peso, parece que "no oscila desde la posición de equilibrio del muelle" y parece ser un caso distinto. Realmente sí describe un MAS: existe una posición de equilibrio (la fuerza resultante es nula, ya que peso y fuerza elástica se anulan), y la fuerza sigue siendo proporcional a la elongación respecto a ese equilibrio (el comportamiento del muelle sigue considerándose ideal y sería $F=-k(l-l_0)$, siendo $x=l-l_0$ la elongación a considerar en este caso y precisamente $kl_0=mg$, ya que se asume g constante en la oscilación).
Nota: sobre un plano inclinado sin rozamiento sería similar, pero el "peso" que estira el muelle es solamente componente x, en este caso la fuerza en la posición de equilibrio también es nula ya que $kl_0=mg\,sen\theta$.

5.2 Péndulo simple



Algarabia, wikimedia, public domain

Idealización en que una masa puntual cuelga de un hilo inextensible y sin masa.
La masa describe un arco de circunferencia con dos fuerzas: peso y tensión.

Con un planteamiento dinámico, se llega a ecuación $l\frac{d^2\theta}{dt^2}=-g\,sen\,\theta$

Con la aproximación θ = sen θ (1% error para ángulos menores 14º) se llega a la expresión de un MAS (en función θ) donde $\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}$

Podemos expresarlo en función x, distancia horizontal al eje vertical de equilibrio, con la aproximación θ=x/l

La constante elástica del MAS queda con la expresión $k=\frac{m\,g}{l}$

6. Anexos / temas para profundizar

6.1 Otros ejemplos

Como no todo son muelles y péndulos, se comentan otros ejemplos de MAS / osciladores armónicos.
-Si realizamos un agujero que vaya de una cara de la Tierra al otro extremo pasando por su centro, y dejásemos caer un objeto por él, realizaría un MAS. Se puede trabajar este ejemplo en 2º de Bachillerato una vez vista la parte de gravitación.
-Cuerpo en equilibrio flotando que se sumerge distancia A y se deja libre.
-Si colocamos una bola en una botella de modo que la cierre herméticamente, y la desplazamos respecto de su posición de equilibrio, realizará un MAS. Al bajar la bola aumenta la presión en el interior, y al subir la bola disminuye la presión en el interior, por lo que se ve la idea de fuerza recuperadora que la lleva hacia el equilibrio. (Más información: método de Rüchardt y de Rinkel para medir coeficiente adiabático de un gas)
-Circuito LC sin pérdidas. Si conectamos un condensador cargado a una bobina, el condensador empezará a descargarse a través de la bobina; la tensión disminuye y la corriente aumenta. Se llega a una expresión similar a un MAS $L\frac{d^2V}{dt^2}=\frac{-1}{C}V$ donde V equivale a posición, L equivalente a masa, y 1/C equivale a la constante elástica, teniendo como solución $V=V_0\cos(\omega t+\phi)$ con $\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$

Otras: movimiento ideal de una carga eléctrica cerca de ciertas distribuciones de carga, una esfera rodando sin rozamiento en el interior de una semicircunferencia, ciertas manchas solares ...

6.2 Oscilaciones no ideales

Para ampliar, aunque queda fuera de Bachillerato, se puede introducir la idea de oscilaciones amortiguadas (sobreamortiguado, amortiguamiento crítico, amortiguamiento débil) y forzadas, introduciendo el concepto de factor de calidad Q y de resonancia.