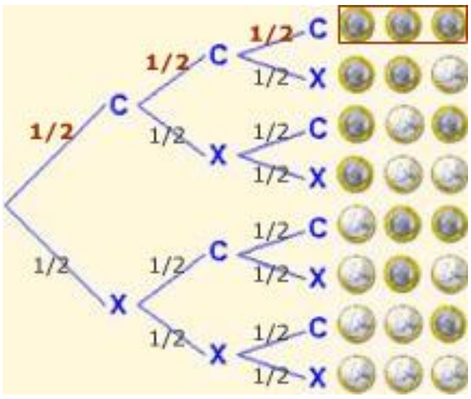
Probabilidad

Regla de Laplace: P = nº de casos favorables / nº de casos posibles.

Cuando dos sucesos son independientes la realización de uno de ellos no modifica la probabilidad del otro (lanzar un dado y una moneda): A = "obtener cara en una moneda" y B = "obtener un 3 en un dado"
La probabilidad de que los dos sucesos ocurran a la vez (suceda A **y** suceda B) es el producto de probabilidades (intersección): $p(A \cap B) = (1/2).(1/6) = 1/12$
Si nos dicen que suceda A **o** suceda B, la probabilidad es la suma de probabilidades (unión), $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$: La probabilidad de sacar en un dado {"as" o "número par"} es la suma de las probabilidades individuales de dichos sucesos: $p(A \cup B) = 1/6 + 3/6 = 4/6 = ½$

Si A y B son sucesos cualesquiera $P(AUB) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Es decir la probabilidad de que ocurra la unión de dos sucesos es la suma de las probabilidades individuales menos la probabilidad de la intersección. Esta fórmula es la general de dónde se deduce la anterior, ya que en muchos casos de sucesos independientes $P(A \cap B) = 0$

Si dos sucesos son dependientes, la realización de uno de ellos sí modifica la probabilidad del otro. Por ejemplo: al lanzar un dado la probabilidad de obtener un 3 (suceso A) es p(A) = 1/6. Pero si al lanzar un dado sabemos que el número obtenido es impar (suceso B) (p(B) = 3/6 = 1/2), entonces la probabilidad de obtener un 3 está condicionada porque sea impar: p(A/B): "probabilidad de A condicionada a B": p(A/B) = (1/6) / (1/2) = 1/3.



Cuando es necesario describir las posibilidades que pueden darse al realizar simultáneamente dos experimentos se pueden usar los diagramas en árbol: si lanzamos tres monedas, deseamos describir los posibles resultados que pueden darse y cuáles son las probabilidades de cada uno de los sucesos elementales.
$P(CCC) = 1/8$, o bien: $P(C_1) \cdot P(C_2) \cdot P(C_3) = (1/2) \cdot (1/2) \cdot (1/2) = 1/8$

En los sucesos compuestos a partir de otros más sencillos se suelen multiplicar las probabilidades, pero hay que fijarse si hay devolución o no:
Una caja contiene 5 bolas blancas y 6 negras; se extrae 2 bolas ¿cuál es la probabilidad que las dos resulten blancas? Se extraen las bolas una a una, sin reposición.
A1: "La primera bola resulta blanca"
A2: "La segunda bola resulta blanca"
B: "Las dos bolas resulten blancas"
En la urna hay 11 bolas de las cuales 5 son blancas, entonces p(A1) = 5/11. Después de la ocurrencia del evento A_1, queda 10 bolas de las cuales 4 son blancas, luego p (A2/A1) = 4/10. La probabilidad del suceso total B es p(B) = (5/11).(4/10) = 2/11

¿Cómo resolver problemas de probabilidad? (Empezando por lo más sencillo)

<u>Nivel 1</u>
Un hotel tiene vacantes 2 habitaciones con vistas al mar y 4 habitaciones que dan a la pista de golf. Si usted reserva una habitación, ¿cuál es la probabilidad de que tenga vistas al mar?: 2/6 = 1/3

Nivel 2

El lunes y el miércoles por la noche, la Sra. Miller se acostó escuchando su CD de música favorito. El CD contiene música de 2 compositores diferentes: 4 pistas de Scarlatti y 4 pistas de Debussy. Ella tiene programado el estéreo para oír las pistas en orden aleatorio. ¿Cuál es la probabilidad de que durante ambas noches la última pista que sonó fuera de Scarlatti?

Probabilidad de que el lunes por la noche la última pista fuera de Scarlatti: 4/8

Probabilidad de que el miércoles por la noche la última pista fuera de Scarlatti: 4/8

Probabilidad de que ambos días la última pista fuera de Scarlatti: 4/8 × 4/8 = 1/4

Nivel 3

Angelita tiene algunas canicas en dos bolsas. En una bolsa tiene 3 canicas naranjas, 3 negras y 3 amarillas. En la otra bolsa ella tiene 3 canicas naranjas, 4 negras y 5 amarillas. Si Angelita toma una canica de cada bolsa, ¿cuál es la probabilidad de que ninguna sea naranja? (Es decir que puede ser negra o amarilla)

Calculamos la probabilidad de sacar canicas negras o amarillas de ambas bolsas.

Probabilidad de sacar canicas negras o amarillas de la primera bolsa: 6/9

Probabilidad de sacar canicas negras o amarillas de la segunda bolsa: 9/12

Probabilidad de que Angelita no saque ninguna canica naranja: 6/9 × 9/12 = 1/2

Nivel 4

Alejandro tiene algunos dulces en sus bolsillos. En su bolsillo izquierdo tiene 1 bombón y 4 pirulís. En su bolsillo derecho tiene 3 bombones y 1 pirulí. Si Alejandro toma un dulce de cada bolsillo, ¿cuál es la probabilidad que al menos uno de los dos sea un bombón?

Calculamos la probabilidad que ninguno sea un bombón (ambos sean pirulís), y restaremos esta fracción de 1.

La probabilidad que saque un pirulí de su bolsillo izquierdo: 4/5

La probabilidad que saque un pirulí de su bolsillo derecho: 1/4

La probabilidad que ambos dulces sean pirulís (ninguno sea un bombón): 4/5 × 1/4 = 1/5

La probabilidad que al menos uno de los dulces sea un bombón = 1 - 1/5 = 4/5

O bien, calculamos todos los casos.

a) Probabilidad de sacar un bombón tanto del bolsillo izquierdo como del derecho: 1/5 × 3/4 = 3/20
b) Probabilidad de sacar un bombón del bolsillo izquierdo y un pirulí del bolsillo derecho: 1/5 × 1/4 = 1/20
c) Probabilidad de sacar un pirulí del bolsillo izquierdo y un bombón del bolsillo derecho: 4/5 × 3/4 = 12/20
d) Probabilidad de sacar un pirulí tanto del bolsillo izquierdo como del derecho: 4/5 × 1/4 = 4/20

Los casos a, b, c, son los casos favorables a obtener al menos un bombón.

La probabilidad que al menos un dulce sea un bombón: 3/20 + 1/20 + 12/20 = 16/20 = 4/5

Nivel 5

Por la mañana Angelita va a pescar a la Charca Ancha, y por la tarde a la Charca Baja. En la Charca Ancha hay 1 carpa y 2 truchas, y en la Charca Baja hay 2 carpas y 6 truchas. Si Angelita pesca un pez en cada charca, ¿qué probabilidad hay de que ambos de la misma especie?

Sumaremos la probabilidad de que ambos sean carpas y la de que ambos sean truchas.

Probabilidad de que el pescado de la Charca Ancha sea una carpa: 1/3

Probabilidad de que el pescado de la Charca Ancha sea una trucha: 2/3

Probabilidad de que el pescado de la Charca Baja sea una carpa: 2/8

Probabilidad de que el pescado de la Charca Baja es una trucha: 6/8

Probabilidad que ambos pescados sean carpas: 1/3 × 2/8 = 1/12

Probabilidad que ambos pescados sean truchas: 2/3 × 6/8 = 1/2

Probabilidad que ambos sean carpas o ambos sean truchas: 1/12 + 1/2 = 7/12

Problemas de PROBABILIDAD (de exámenes) (Las soluciones en clase)

1. Valencia-2015-Junio

Se ha preguntado a un grupo de 40 personas por su equipo de fútbol preferido. Los resultados vienen dados por la tabla siguiente en la que se han borrado dos casillas cuyos resultados hemos llamado “x” e “y”.

	VALENCIA	REAL MADRID	BARCELONA

HOMBRES	8	6	4
MUJERES	10	X	Y

Encuentra los valores, x e y, sabiendo que si elegimos una persona al azar, la probabilidad de que sea mujer y su preferencia sea R. Madrid es 0,125.
Si elegimos dos personas al azar, calcula la probabilidad de que ambas sean hombres y aficionados al Valencia.

2. Valencia-2014-Junio

Un grupo de 75 personas prepara las opciones A, B o C de la prueba de acceso a ciclos formativos de grado superior de formación profesional. De ellas, 30 personas preparan la opción A, 20 la opción B y el resto la opción C.
a. Si elegimos una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ésta prepare la opción C?
b. Si elegimos al azar dos personas, ¿cuál es la probabilidad de que las dos preparen la opción A?
c. Si elegimos al azar tres personas, ¿cuál es la probabilidad de que ninguna de las tres prepare la opción B?

3. Valencia-2013-Septiembre

1. Los 3/5 de los presentados a una oposición son hombres. El 35% de los hombres y una de cada tres mujeres habla inglés. Sabiendo que el total de las mujeres que hablan inglés son 160.
a) ¿Cuántas personas se han presentado a la oposición?
b) ¿Cuántos de los presentados no saben hablar inglés?

4. Valencia-2013-Junio

En un estudio sobre determinadas características sociológicas de un barrio, elegimos aleatoriamente 25 viviendas del mismo y computamos el número de habitaciones de cada una de ellas. El resultado viene representado en el siguiente diagrama de barras:
Calcular:
a. La media, la mediana y la moda del número de habitaciones de la muestra.
b. Si elegimos dos viviendas al azar, calcula la probabilidad de que ambas tengan una sola habitación.

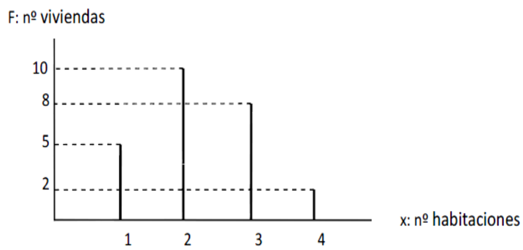


Tabla de datos:

X: nº de habitaciones	Y: nº de viviendas
1	5
2	10
3	8
4	2

5. Valencia-2012-Septiembre

Se realiza una encuesta a una muestra de personas para conocer el número de vehículos que tiene cada uno en propiedad y se obtienen los datos de la siguiente tabla.

Xi(Nº de vehículos)	0	1	2	3
Fi(Nº de personas)	4	6	8	2

a) Calcula la media, la mediana y la moda de esta distribución de valores.
b) Si elegimos al azar dos estas personas, ¿cuál es la probabilidad de que ambas tengan 2 vehículos?

6. Valencia-2011-Septiembre

5. El 60% de las personas que cursan unos estudios de matemáticas son mujeres. El 70% de las mujeres y el 50% de los hombres han aprobado un examen. Si elegimos una persona al azar, calcula:
a) La probabilidad de que sea mujer y haya aprobado el examen.
b) La probabilidad de que haya aprobado el examen.
c) Si la nota media de las mujeres es 6,8 y la nota media de los hombres es 5,2. ¿Cuál es la nota media de toda la clase?

7. Valencia-2011-Junio

Las frecuencias del número de asignaturas suspendidas en una clase de 20 alumnos es:
Calcula:
a) A media, la mediana y la moda de la distribución.

b) Si elegimos dos alumnos aleatoriamente, calcula la probabilidad de que ambos tengan sólo una asignatura suspendida

X_i (número de asignaturas suspendidas)	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
F_i (frecuencias)	7	3	4	1	5

Xi	**fi**	**xi*fi**
0	7	0
1	3	3
2	4	8
3	1	3
4	5	20

8. Valencia-2009-Junio

En mi clase somos 20 estudiantes y solamente 4 llevan gafas. Si se eligen dos alumnos de la clase al azar, calcula la probabilidad de que:

a) Los dos lleven gafas.
b) Ninguno lleve gafas
c) Uno lleve gafas y el otro no.

9. Valencia-2008-Mayo

En una clase hay 7 chicos y 8 chicas. Elegimos al azar dos alumnos de esa clase. Calcula la probabilidad de que:

a) Sean dos chicas
b) Sean dos chicos
c) Sean un chico y una chica