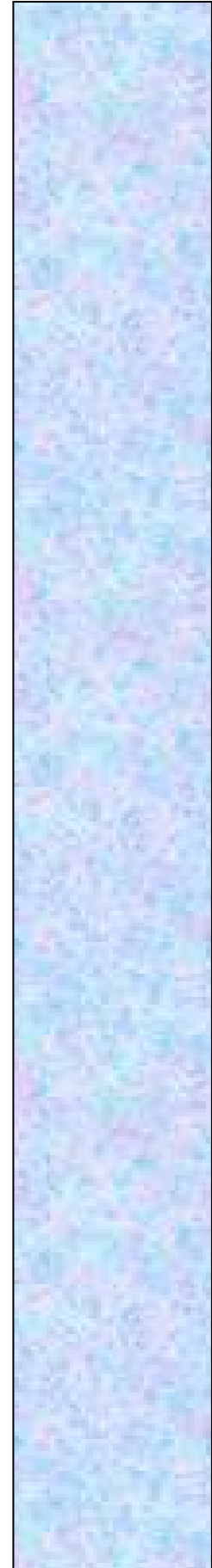


# CIENCIA Y TECNOLOGÍA

## PRIMERO GES





# El Sistema Métrico Decimal

# TEMA 1

## EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

El hombre siempre ha tenido la necesidad de contar, medir, comparar,... y debido a esta necesidad se desarrolla el sistema numérico.

Una de las grandes aportaciones de la Revolución Francesa a la ciencia fue el más lógico de los sistemas de medidas: El Sistema Métrico Decimal.

Se basó todo el sistema en una unidad: el metro, que fue definido en relación a lo que se creía era la longitud de la circunferencia terrestre y se dijo que era la diezmillonésima parte de un cuadrante del meridiano terrestre.

### 2. Clasificación de las magnitudes

Se llama **magnitud** a toda propiedad de un cuerpo que se puede medir. Son magnitudes la longitud, el tiempo, la temperatura, el volumen, etc.

#### 2.1. Magnitudes fundamentales y derivadas

Entre todas las magnitudes que podemos considerar en los cuerpos, hay algunas que presentan la particularidad de que de ellas pueden deducirse todas las demás. A estas magnitudes las llamamos **magnitudes fundamentales**. Las demás magnitudes se definen a partir de éstas y se denominan **magnitudes derivadas**.

#### 2.2. Magnitudes escalares y vectoriales

Existen un tipo de magnitudes, las denominadas **escalares**, cuya medida se expresa mediante una cantidad numérica acompañada por la inicial del nombre de la unidad patrón utilizada. Es el caso de la longitud, tiempo, masa...

Otro tipo de magnitudes, las denominadas **vectoriales**, exigen que para que los resultados de sus medidas puedan ser interpretados con exactitud deberán ir acompañados además por otros datos: la dirección y el sentido. Es el caso de la fuerza, la velocidad...

### 3. Sistemas de unidades

Un sistema de unidades es un conjunto de unidades. En 1960 se aprobó un acuerdo internacional que especifica las unidades básicas que deben utilizar todos los científicos. Estas unidades constituyen el Sistema internacional (SI). En España, fue adoptado oficialmente en 1967.

En la siguiente tabla aparecen las magnitudes fundamentales que utilizaremos a lo largo del curso y sus correspondientes unidades en el SI:

MAGNITUDES Y UNIDADES FUNDAMENTALES DEL SI		
MAGNITUD	UNIDAD	SÍMBOLO
Longitud	Metro	<b>m</b>
Masa	Kilogramo	<b>kg</b>
Tiempo	Segundo	<b>s</b>
Temperatura	Kelvin	<b>K</b>
Intensidad de corriente eléctrica	Amperio	<b>A</b>

#### 4. UNIDADES DE LONGITUD

Las unidades de **longitud** son las que sirven para medir distancias o longitudes. Su unidad es el **metro**.

En muchos casos el metro se nos queda corto (para medir grandes distancias, por ejemplo), y entonces utilizaríamos sus **múltiplos**.

UNIDAD	SÍMBOLO	EQUIVALENCIA
Decámetro	dam	10 m
Hectómetro	ham	100 m
Kilómetro	km	1.000 m

En otros muchos casos el metro se nos queda demasiado grande (para medir, por ejemplo, la cabeza de un alfiler), y entonces utilizaríamos sus **submúltiplos** o **divisores**.

UNIDAD	SÍMBOLO	EQUIVALENCIA
Decímetro	dm	0'1 m
Centímetro	cm	0'01 m
Milímetro	mm	0'001 m

Como podéis comprobar, las unidades de longitud aumentan o disminuyen **de 10 en 10**, multiplicando para pasar de una unidad mayor a otra menor y dividiendo en caso contrario.

#### 5. UNIDADES DE MASA

El **gramo** es la unidad de **masa**. En la práctica, debido a que el gramo es muy pequeño, se utiliza el kilogramo.

Al igual que en las medidas de longitud, existen unos múltiplos y unos divisores de la unidad principal.

UNIDAD	SÍMBOLO	EQUIVALENCIA
--------	---------	--------------

UNIDAD	SÍMBOLO	EQUIVALENCIA
Tonelada métrica	Tm.	1.000.000 g
Quintal métrico	Qm.	100.000 g
Kilogramo	Kg.	1.000 g
Hectogramo	hg	100 g
Decagramo	dag	10 g
Gramo	g	1 g
Decigramo	dg	0'1 g
Centigramo	cg	0'01 g
Miligramo	mg	0'001 g

Las unidades de masa, como las de longitud, aumentan o disminuyen **de 10 en 10**, multiplicando para pasar de una unidad mayor a otra menor y dividiendo en caso contrario.

#### 6. UNIDADES DE CAPACIDAD

La unidad de **capacidad** es el **litro**.

UNIDAD	SÍMBOLO	EQUIVALENCIA
Kilolitro	Kl.	1.000 l
Hectolitro	hl	100 l
Decalitro	dal	10 l
Litro	l	1 l
Decilitro	dl	0'1 l
Centilitro	cl	0'01 l
Mililitro	ml	0'001 l

Las unidades de capacidad, como las de longitud o masa, aumentan o disminuyen **de 10 en 10**, multiplicando para pasar de una unidad mayor a otra menor y dividiendo en caso contrario.

## 7. UNIDADES DE SUPERFICIE

La unidad de **superficie** es el **metro cuadrado** ( $m^2$ ), es decir, un cuadrado que tiene un metro de lado.

Como en los casos anteriores, existen unos múltiplos y unos divisores de la unidad principal.

UNIDAD	SÍMBOLO	EQUIVAL.	UNIDADES AGRARIAS
Kilómetro cuadrado	$km^2$	1.000.000 $m^2$	
Hectómetro cuadrado	$ham^2$	10.000 $m^2$	Hectárea. (Ha)
Decámetro cuadrado	$dam^2$	100 $m^2$	Área. (a)
Metro cuadrado	$m^2$	1 $m^2$	Centiárea (ca)
Decímetro cuadrado	$dm^2$	0'01 $m^2$	
Centímetro cuadrado	$cm^2$	0'0001 $m^2$	
Milímetro cuadrado	$mm^2$	0'000001 $m^2$	

Las unidades de superficie aumentan o disminuyen **de 100 en 100**, multiplicando para pasar de una unidad mayor a otra menor y dividiendo en caso contrario.

Las **unidades agrarias** equivalen a medidas de superficie y se utilizan para medir terrenos. Entre ellas tenemos la **Hectárea** (Ha) que equivale a un  $ham^2$ , el **área** (a), equivalente al  $dam^2$  y la **centiárea** (ca), que equivale al  $m^2$ . Además, en la Vega Baja tenemos la **tahúlla**, que equivale a  $1.118 m^2$ .

## 8. UNIDADES DE VOLUMEN

La unidad de **volumen** es el **metro cúbico** ( $m^3$ ), que equivale a un cubo que tiene un metro de arista.

Como viene siendo habitual, existen unos múltiplos y unos divisores de la unidad principal, que aquí acompañamos con las relaciones, cuando las hay, con las unidades de capacidad.

UNIDADES DE VOLUMEN	EQUIVALENCIA	UNIDADES DE CAPACIDAD	MASA DEL AGUA
1 $km^3$	1.000.000.00		
1 $hm^3$	1.000.000 $m^3$		
1 $dam^3$	1.000 $m^3$		
1 $m^3$	1 $m^3$	1 kl	1 tm
1 $dm^3$	0'001 $m^3$	1 l	1 kg
1 $cm^3$	0'000001 $m^3$	1 ml	1 g

Las unidades de volumen aumentan o disminuyen **de 1.000 en 1.000**, multiplicando para pasar de una unidad mayor a otra menor y dividiendo en caso contrario.

## 9. UNIDADES DE TIEMPO

Las unidades con que medimos el tiempo no pertenecen al Sistema Métrico Decimal porque su relación no es con el número 10 ni con sus múltiplos o divisores.

1 año = 12 meses.    1 mes = 30 días.  
 1 semana = 7 días.    1 día = 24 horas.  
 1 hora = 60 m.    1 minuto = 60 seg.

## 10. OPERACIONES CON COMPLEJOS

**Número complejo** es el que está expresado en varios órdenes de unidades.

Ejemplo:

2h 23m 42s

Para **sumar** dos o más números complejos se colocan de manera que coincidan las unidades del mismo orden:

$$\begin{array}{r} 11\text{h} \quad 35\text{m} \quad 45\text{s} \\ +2\text{h} \quad 32\text{m} \quad 27\text{s} \\ \hline 13\text{h} \quad 67\text{m} \quad 72\text{s} \end{array}$$

A continuación se hacen las reducciones oportunas, con lo que queda el resultado de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r} 13\text{h} \quad 67\text{m} \quad 72\text{s} \\ \quad \quad +1\text{m} \quad -60\text{s} \\ \hline 13\text{h} \quad 68\text{m} \quad 12\text{s} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13\text{h} \quad 68\text{m} \quad 12\text{s} \\ +1\text{h} \quad -60\text{m} \\ \hline 14\text{h} \quad 8\text{m} \quad 12\text{s} \end{array}$$

Para **restar** dos números complejos se colocan, como en el caso anterior, de manera que coincidan las unidades del mismo orden:

$$\begin{array}{r} 3\text{h} \quad 42\text{m} \quad 24\text{s} \\ -1\text{h} \quad 23\text{m} \quad 15\text{s} \\ \hline 2\text{h} \quad 19\text{m} \quad 09\text{s} \end{array}$$

En el caso de que en el minuendo aparezcan números menores que en el sustraendo, solventaremos esto pasando una unidad de orden superior a la inferior, de la siguiente manera:

8h 15m 48s

$$\begin{array}{r} -6\text{h} \quad 32\text{m} \quad 20\text{s} \\ 7\text{h} \quad 75\text{m} \quad 48\text{s} \\ -6\text{h} \quad 32\text{m} \quad 20\text{s} \\ \hline 1\text{h} \quad 43\text{m} \quad 28\text{s} \end{array}$$

## ACTIVIDADES

1. He medido la distancia entre mi casa y la tienda de la esquina y me han salido 20 dam y 30 m. ¿Cuántos metros son en total?

2. ¿Cuántos cm tiene:

a) un m: .....

b) un ham: .....

c) un km: .....

d) un dm: .....

e) un dam: .....

f) un mm: .....

3. Reduce a dm:

a) 322 cm: .....

b) 6 km: .....

c) 34 mm: .....

d) 0'8 dam: .....

e) 4'3 ham: .....

4. ¿Cuántos tubos de hierro se necesitará para una conducción de aguas de 2'5 km si cada tubo mide 2'5 m de largo?

5. Completa:

a) 8 ham: ..... dam.

b) 32 m: ..... dm.

c) 6 dm: ..... dam.

d) 120 km: ..... m.

e) 42 cm: ..... ham.

**6. Efectúa:**

a)  $27'6 \text{ ham} + 0'45 \text{ dam} + 25'5 \text{ m} =$   
 $= \dots\dots\dots \text{ m.}$

b)  $3'2 \text{ ham} + 8 \text{ m} + 20 \text{ cm} + 6 \text{ mm} =$   
 $= \dots\dots\dots \text{ dm.}$

c)  $20 \text{ km} + 6 \text{ ham} + 200 \text{ m} + 0'5 \text{ dm} =$   
 $= \dots\dots\dots \text{ dam.}$

d)  $0'5 \text{ km} + 40'50 \text{ m} + 12'5 \text{ cm} =$   
 $= \dots\dots\dots \text{ ham.}$

**7.** ¿Cuántos alfileres de 3 cm de longitud se podrán hacer de un hilo de latón de 3 m, 2 dam y 0'5 ham de largo?

**8.** Un pozo de extracción de petróleo tiene una profundidad de 5.555 m. ¿Cuánto ha de profundizarse todavía para llegar a los 6'5 km a que se encuentra la bolsa de petróleo?

**9.** Un vendedor ha sido multado por utilizar un metro defectuoso (sólo medía 992 mm). ¿Cuánto mide en realidad una pieza de tela que él ha vendido diciendo que medía 4'5 m?

**10.** Si 250 gramos de jamón han costado 3'05 euros, ¿cuánto pagaré por un jamón que pesa 4'5 kg?

**11.** En un establo tenemos 17 vacas y 30 cerdos. Cada cerdo pesa exactamente 145 kg. Entre todos los animales pesan 12.170 kg. Suponiendo que todas las vacas pesen igual, ¿cuál es el peso de cada una?

**12.** En un ml de nuestra sangre hay aproximadamente tres millones de plaquetas. ¿Cuántos millones de plaquetas hay en 5'5 litros de sangre que contiene el cuerpo humano?

**13.** Tenemos dos cubas de mosto con 35 hl y 64 dal. Si queremos llenar botellas cuya capacidad es  $\frac{2}{5}$  de litro, ¿cuántas llenaremos?

**14.** Si un litro de vino cuesta 0'6 €, ¿cuánto valdrá el que contiene una cuba de 9'8 dal?

**15. Completa:**

a)  $1 \text{ Ha} = \dots\dots\dots \text{ dam}^2.$

b)  $8 \text{ a} = \dots\dots\dots \text{ ham}^2.$

c)  $15 \text{ ham}^2 = \dots\dots\dots \text{ áreas}$

d)  $30 \text{ dam}^2 = \dots\dots\dots \text{ m}^2.$

e)  $6 \text{ Ha} = \dots\dots\dots \text{ áreas.}$

f)  $2 \text{ ca} = \dots\dots\dots \text{ m}^2$

g)  $7 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{ ca.}$

h)  $2 \text{ áreas} = \dots\dots\dots \text{ Ha.}$

i)  $2 \text{ Ha} = \dots\dots\dots \text{ áreas} =$   
 $= \dots\dots\dots \text{ ham}^2 = \dots\dots\dots \text{ m}^2$

j)  $3 \text{ ca} = \dots\dots\dots \text{ áreas.}$

k)  $5 \text{ áreas} = \dots\dots\dots \text{ dam}^2 = \dots\dots\dots \text{ m}^2.$



16. Reduce:

a)  $56'89 \text{ áreas} = \dots\dots \text{ dam}^2$ .

b)  $651'324 \text{ m}^2 = \dots\dots \text{ ham}^2$ .

c)  $71'82 \text{ áreas} = \dots\dots \text{ m}^2$ .

d)  $765'843 \text{ m}^2 = \dots\dots \text{ dam}^2$ .

e)  $4'5 \text{ Ha} = \dots\dots \text{ km}^2$ .

17. Expresa en  $\text{m}^2$ :  $56 \text{ dam}^2$ ,  $13 \text{ m}^2$ ,  $45 \text{ dm}^2$ ,  $8 \text{ cm}^2$ .

18. ¿Cuántos días se tardará en vendimiar una viña de  $3 \text{ Ha}$ ,  $2 \text{ áreas}$  y  $40 \text{ ca}$  si cada día se vendimia  $5 \text{ dam}^2$  y  $40 \text{ m}^2$ ?

19. El techo de una discoteca mide  $32 \text{ dam}^2$  y  $345'75 \text{ m}^2$ . Se quiere recubrir con cristales de  $30 \text{ dm}^2$ . ¿Cuántos necesitaremos?

20. Expresa estas cantidades en  $\text{m}^3$ :

a)  $2 \text{ ham}^3$                       b)  $1 \text{ dam}^3$

c)  $1 \text{ mm}^3$                         d)  $17 \text{ km}^3$

e)  $100 \text{ cm}^3$                       f)  $120 \text{ dm}^3$

21. Expresa en minutos:

a)  $7 \text{ h}$ .

b)  $6 \text{ h}$ .

c)  $200 \text{ segundos}$ .

22. Escribe en forma de complejo:

a)  $5.875 \text{ s}$ .

b)  $570 \text{ min}$ .

c)  $10.000 \text{ s}$ .

23. Salgo de viaje a las  $9 \text{ h}$ .,  $53 \text{ min}$ .; el viaje dura  $6 \text{ h}$ .,  $25 \text{ min}$ . Averigua la hora de llegada.

24. Un tren sale a las  $6 \text{ h}$ .,  $35 \text{ min}$ . y llega a las  $14 \text{ h}$ .,  $18 \text{ min}$ . ¿Cuánto dura el viaje?

25. Me levanto a las  $8 \text{ h}$ .,  $30 \text{ min}$ . de la mañana y me acuesto a las  $11 \text{ h}$ .,  $45 \text{ min}$ . de la noche. ¿Cuánto tiempo estoy levantado? ¿Cuánto acostado?

26. Una máquina tarda  $22 \text{ segundos}$  en llenar una bolsa de patatas fritas. ¿Cuánto tiempo emplea en llenar  $90 \text{ cajas}$  de  $25 \text{ bolsas}$  cada una?

27. Realiza los siguientes cambios de unidades:

$\alpha$ .  $1,7 \text{ km}$  a  $\text{m}$ .

$\beta$ .  $2,75 \text{ mg}$  a  $\text{kg}$ .

$\chi$ .  $3420 \text{ cm}$  a  $\text{km}$ .

$\delta$ .  $3220 \text{ cm}^2$  a  $\text{m}^2$ .

28. La siguiente tabla contiene varias unidades de volumen. Rellena las casillas vacías utilizando los datos que proporcionan las casillas llenas.

$\text{m}^3$	$\text{dm}^3$	$\text{cm}^3$	$\text{ml}$	$\text{l}$
$4 \cdot 10^{-4}$				
	0,05			
		3,2		
			$6,2 \cdot 10^2$	

**29.** Realiza los siguientes cambios de unidades:

- α. 3 km a cm
- β. 2,0001 cl a Hl
- χ. 0,00003 Dg a mg
- δ. 45,001 m<sup>2</sup> a dm<sup>2</sup>
- ε. 250000Hm<sup>2</sup> a m<sup>2</sup>
- φ. 850 mm a Hm
- γ. 4500000 dm<sup>3</sup> a Dm<sup>3</sup>
- η. 0,0001 m<sup>3</sup> a Hm<sup>3</sup>
- ι. 45l a Hm<sup>3</sup>
- φ. 250000 ml a m<sup>3</sup>

- κ. 67,0001 dg a g
- λ. 89999,1 Dm<sup>3</sup> a Hl
- μ. 0,010101Kg a cg
- ν. 0,3000 Dl a m<sup>3</sup>
- ο. 50 cm<sup>3</sup> a litros
- π. 250ml a m<sup>3</sup>

**30.** Indica todas las magnitudes que conozcas e indica en qué unidad se miden (sistema internacional)



2

# Geometría: El Plano, Polígonos y Áreas de Figuras Planas

# TEMA 2

## GEOMETRÍA: EL PLANO, POLÍGONOS Y ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

La palabra **geometría** es de origen griego y procede de *geo*, que significa tierra y *metros*, medida. Podemos considerarla más antigua que la escritura. A pesar de la raíz griega de la palabra, fue en Egipto donde se desarrolló como ciencia, debido a las frecuentes crecidas del Nilo, que destruían los límites de las tierras de cultivo, que había que rehacer.

### 1. LÍNEAS

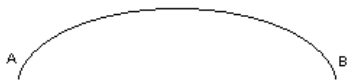
El **plano** es una superficie ilimitada y sin grosor.

La **línea** es una sucesión infinita de puntos. La línea puede ser:

- **Recta**



- **Curva**



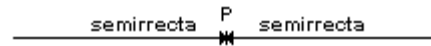
- **Quebrada**



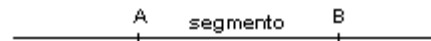
- **Mixta**



**Semirrecta** es cada una de las partes en las que un punto divide a una recta.



**Segmento** es la porción de recta comprendida entre dos puntos.

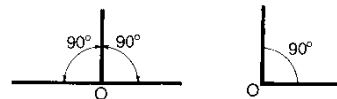


### 2. ÁNGULOS

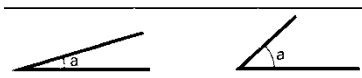
**Ángulo** es la parte del plano limitada por dos semirrectas que tienen el mismo origen.

#### Tipos de ángulos

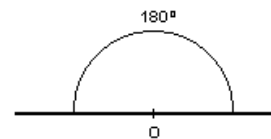
- **Recto**. Es el ángulo formado por las rectas que al cruzarse forman cuatro ángulos iguales. Su amplitud o abertura es de  $90^\circ$ .



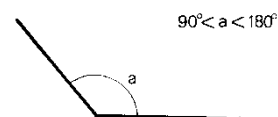
- **Agudo**. Su amplitud o abertura es menor de  $90^\circ$ .



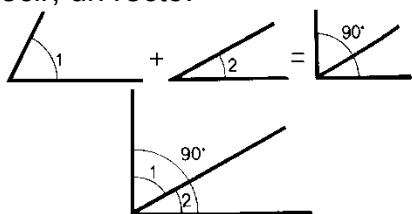
- **Llano**. Su amplitud equivale a dos ángulos rectos, o sea, a  $180^\circ$ .



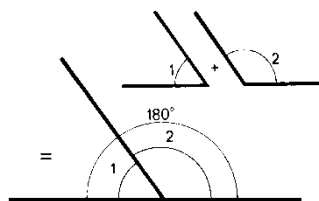
- **Obtuso**. Mide más de  $90^\circ$ .



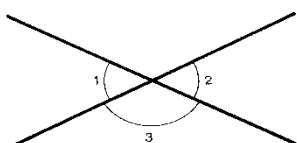
- **Ángulos complementarios.** Son los que sumados valen  $90^\circ$ , es decir, un recto.



- **Ángulos suplementarios.** Son los que sumados valen  $180^\circ$ , es decir, un ángulo llano.



- **Ángulos opuestos por el vértice.** Son los ángulos en que los lados del uno son prolongaciones opuestas de los lados del otro. Tienen el mismo vértice y sus lados son semirrectas opuestas.



**Medida de ángulos.** Para medir ángulos se utiliza el sistema sexagesimal.

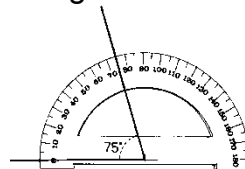
Para medir los ángulos se utiliza un aparato llamado transportador de ángulos, que está dividido en 180 partes iguales (grados).

$$1^\circ = 60'$$

$$1' = 60''$$

- ✓ Se coloca el transportador encima del ángulo de forma que coincida el vértice del ángulo con una señal que tiene el transportador en el centro del diámetro.
- ✓ Manteniendo el punto anterior, hacemos coincidir uno de los lados del ángulo con los  $0^\circ$  del transportador.

El otro lado señalará los grados que mide el ángulo.



**Rectas paralelas.**- No tienen ningún punto en común

**Rectas perpendiculares.**- Al cruzarse forman 4 ángulos iguales (  $90^\circ$  )

Línea.- Ni principio ni fin  
Semirrecta.- Tiene principio o fin  
Segmento.- Tiene principio y fin

**Clases de ángulos.**-

Recto.-  $90^\circ$   
Agudo.- Menos de  $90^\circ$   
Obtuso.- Más de  $90^\circ$   
Llano.-  $180^\circ$   
Completo.-  $360^\circ$   
Cóncavo.- Menor de  $180^\circ$   
Convexo.- Mayor de  $180^\circ$

**Mediatriz.**- Perpendicular a un segmento en su punto medio

**Bisectriz.**- Semirrecta que divide al ángulo en dos partes iguales

**Relaciones angulares.**-

A. Complementarios.- Suman  $90^\circ$   
✌️👉 Suplementarios.- Suman  $180^\circ$   
A. Opuestos por el vértice.- Son iguales

**Ángulos de polígonos.**-

Triángulo, suman  $180^\circ$   
Cuadriláteros, suman  $360^\circ$   
Cualquier polígono, Suman  $(n-2) \cdot 180$  Siendo "n" el número de lados

Medida de un ángulo =

**Eje de Simetría.**- Línea imaginaria, o una de las líneas de una figura, que divide a la figura en dos partes que son imágenes de espejo una de la otra.

Si dobláramos la figura en la mitad a lo largo del Eje de Simetría, tendríamos que las dos mitades son iguales, quedarían parejas.

### 3. POLÍGONOS

**Polígono** es la parte del plano situada dentro de una línea poligonal cerrada.

Aquí tenemos varios polígonos.

Se denomina **lado** a cada segmento de la línea poligonal.

Un **vértice** es la intersección entre dos lados. Hay tantos vértices como lados.

**Ángulo** es la superficie limitada por dos lados consecutivos.

**Diagonal** es cada una de las líneas que une un vértice con otro no consecutivo.

**Apotema** es el segmento perpendicular que une el centro del polígono con el punto medio de un lado.

**Perímetro** Perímetro es la suma de todos los lados de un polígono

#### **Clasificación de los polígonos**

##### **Según el número de lados**

**Triángulos**, si tienen tres lados.

**Cuadriláteros**, si tienen cuatro.

**Pentágonos**, si tienen cinco.

**Hexágonos**, si tienen seis.

**Heptágono** 7 lados

**Octágono** 8 lados

**Eneágono** 9 lados

**Decágono** 10 lados.

*Para más nombres ver apéndice pag:41*

#### **Según sus lados y ángulos**

**Regulares**, si tienen todos sus ángulos y lados iguales.

**Irregulares**, si no tienen ni todos sus lados ni ángulos iguales.

### 4. TRIÁNGULOS

**Triángulo** es un polígono de tres lados, tres ángulos y tres vértices.

**Sus tres ángulos suman 180°**

**La suma de dos de sus lados siempre es mayor que el otro lado.**

#### **Clasificación de los triángulos**

##### **Según sus lados**

**Equilátero.** Tiene los tres lados iguales.

**Isósceles.** Tiene dos lados iguales y uno desigual.

**Escaleno.** No tiene ningún lado igual.

##### **Según sus ángulos**

**Acutángulo.** Tiene los tres ángulos agudos.

**Rectángulo.** Tiene un ángulo recto.

**Obtusángulo.** Tiene un ángulo obtuso

### 5. CUADRILÁTEROS

**Cuadriláteros** son los polígonos de cuatro lados.

#### **Clasificación de cuadriláteros**

##### **Según sus lados**

Si sus lados son paralelos dos a dos se llaman **paralelogramos**

**Cuadrado.** Tiene todos sus lados iguales y ángulos rectos.

**Rectángulo.** Tiene lados iguales opuestos dos a dos y sus ángulos rectos.

**Rombo.** Tiene los lados iguales, los ángulos opuestos iguales dos a dos y diagonales perpendiculares.

**Romboide.** Tiene los lados opuestos iguales dos a dos, los ángulos opuestos iguales dos a dos y no rectos.

Los cuadriláteros que tienen dos lados paralelos y los otros dos no se llaman **trapeacios**.

**Trapecio.** Tiene dos lados paralelos.

**Trapezoide.** No tiene ningún lado paralelo.

## 6. CIRCUNFERENCIA

**Circunferencia es una línea curva cerrada y plana cuyos puntos equidistan de uno interior que es el centro.**

**Radio.** El segmento que une el centro con un punto cualquiera de la circunferencia.

**Diámetro.** Línea recta que pasa por el centro de la circunferencia dividiéndola en dos partes iguales.

El diámetro es el doble del radio.

**Cuerda.** Segmento **AB** que une dos puntos de la circunferencia, sin pasar por el centro.

**Arco.** Parte de la circunferencia comprendida entre dos puntos.

**Centro.** Punto interior de la circunferencia que equidista de todos los puntos de la misma.

## 7. PERÍMETRO DE LOS POLÍGONOS

**Perímetro es la longitud del contorno de un figura.** Es igual a la suma de las longitudes de cada uno de sus lados. Por tanto se expresa en unidades de longitud (m, dm, cm...).

En los polígonos regulares (los que tienen todos sus lados iguales), el perímetro se halla multiplicando la longitud de un lado por el número de lados.

En los polígonos irregulares (los que tienen sus lados diferentes), el perímetro se halla sumando cada uno de sus lados.

**Al perímetro de la circunferencia se llama longitud.**

El número obtenido al dividir la medida de la longitud de una circunferencia entre su diámetro se llama **PI** ( $\pi$ ). El valor de dicha constante no es exacto. Suele tomarse como aproximación 3,14 ó 3,1416.

La longitud de una circunferencia depende de la medida de su diámetro. Su fórmula es:

$$L = 2\pi \cdot r$$

o, lo que es lo mismo,

$$L = d \cdot \pi$$



## 8. TEOREMA DE PITÁGORAS

Pitágoras demostró la relación que existe entre los lados de un triángulo rectángulo, basándose en estudios anteriores.

En los triángulos rectángulos se denominan **catetos** a los lados que forman el ángulo recto e **hipotenusa** al lado que los une.

El teorema de Pitágoras dice: **En un triángulo rectángulo, la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.**

$$a^2 = b^2 + c^2$$

De la fórmula general se deducen:

Para calcular la Hipotenusa

$$h =$$

Para calcular el cateto

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

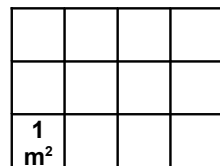
## 9. ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

El área de una figura es la medida de su superficie. Por tanto, se expresa en unidades de superficie (cuadradas).

En los polígonos regulares existe una fórmula para calcular su área según sea el polígono.

En los polígonos irregulares se descompone dicho polígono en polígonos regulares y se halla el área de cada uno de ellos. La suma de las áreas de todos ellos será el área del polígono irregular.

### Área del rectángulo



Si hallamos la superficie del rectángulo determinamos los metros cuadrados que mide.

En el dibujo observamos que hay doce cuadrados de un metro cuadrado cada uno, por lo tanto la superficie de la figura será de doce metros cuadrados.

Para hallar la superficie de una figura rectangular se aplica la siguiente fórmula.

$$A = b \cdot h$$

### Área del cuadrado

El cuadrado es un rectángulo que tiene la base y la altura iguales

Para hallar su superficie aplicaremos

$$A = \ell \cdot \ell$$

(o, puesto como potencia,  $\ell^2$ )

### Área del romboide

Vemos como un romboide se puede transformar en un rectángulo, con la misma base e igual altura. Así hallaremos su área aplicando la misma fórmula que para el rectángulo.

$$A = b \cdot h$$

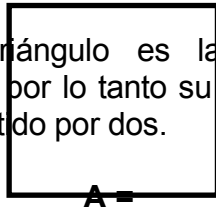
### Área del rombo

Lo que mide la figura en color gris, es decir, un rombo, es la mitad de todo el espacio rodeado por el rectángulo, y si para hallar el valor del éste se multiplica la base por la altura, para hallar el del rombo se multiplicará la base por la altura partido por dos. Como la base del rectángulo es igual que una diagonal del rombo y la altura igual a la otra diagonal, se hallará el área de la siguiente forma:

$$A =$$

### Área del triángulo

El triángulo es la mitad del rectángulo, por lo tanto su área será la de éste partido por dos.



$$A =$$

### Área del trapecio

base menor

base mayor

Para hallar el área del trapecio:

$$A =$$

En donde **B** es la base mayor; **b** es la base menor y **h** es la altura.

### Área del polígono regular

En cualquier polígono regular (el que tiene sus lados iguales) se calcula su área mediante la siguiente fórmula:

$$A =$$

Se multiplica el perímetro por la apotema y el resultado se divide entre dos.

### Área del círculo

Un círculo es la parte del plano limitada por una circunferencia.

$$A = \pi \cdot r^2$$

**Sector circular.**- Un sector circular es la porción de círculo limitada por dos radios

$$A = \frac{\pi * r^2 * n\emptyset}{360}$$

**Segmento circular** .-Un segmento circular es la porción de círculo limitada por una cuerda y el arco correspondiente

**Corona circular.**- Una corona circular es la porción de círculo limitada por dos círculos concéntricos

$$A = \pi * (R^2 - r^2)$$

## FIGURAS PLANAS Y FÓRMULAS DE AREAS.

FIGURAS PLANAS	TRIÁNGULO	Según lados	Equilátero Isósceles Escaleno	
		Según ángulos	Acutángulo Rectángulo Obtusángulo	
	CUADRILÁTERO	PARALELOGRAMOS Lados opuestos paralelos		CUADRADO <input type="checkbox"/> 4 lados iguales <input type="checkbox"/> 4 ángulos rectos
	lados vértices <input type="checkbox"/> 4 ángulos <input type="checkbox"/> 2 diagonales			ROMBO <input type="checkbox"/> 4 lados iguales <input type="checkbox"/> Ángulos opuestos iguales y no rectos
				RECTÁNGULO <input type="checkbox"/> Lados opuestos iguales <input type="checkbox"/> 4 ángulos rectos
				ROMBOIDE <input type="checkbox"/> Lados opuestos iguales <input type="checkbox"/> Ángulos opuestos iguales y no rectos
				TRAPEZIO Dos lados paralelos y los otros dos no paralelos
		TRAPEZOIDE Los cuatro lados no paralelos		
	POLÍGONOS REGULARES	PENTÁGONO HEXÁGONO HEPTÁGONO OCTÓGONO		
	CIRCUNFERENCIA	Longitud = $2 * \pi * R$	<input type="checkbox"/> Línea curva cerrada Todos los puntos equidistan del centro	
CIRCULO	Superficie = $\pi * R^2$	<input type="checkbox"/> Superficie comprendida dentro de la circunferencia		

P = Perímetro  
h = Altura  
R = Radio

a = Apotema  
b = Base  
d = Diagonal

l = Lado  
 $\pi = 3,14$  (Pi)  
\* = Multiplicar

## ACTIVIDADES

1. ¿Qué tipos de ángulos son los del dibujo?
2. Dibuja en circunferencias los siguientes ángulos:  
a)  $45^\circ$                       e)  $90^\circ$   
b)  $180^\circ$                       f)  $270^\circ$   
c)  $360^\circ$                       g)  $20^\circ$   
d)  $35^\circ$                         h)  $120^\circ$
3. Calcula los ángulos complementario y suplementario de los ángulos, sabiendo que la medida del ángulo dado es la siguiente:  
a)  $30^\circ$                         c)  $120^\circ$   
b)  $45^\circ$                         d)  $40^\circ 15'$
4. La diferencia de dos ángulos complementarios es  $43^\circ$ . ¿Cuánto mide cada uno?
5. La Tierra gira  $360^\circ$  en 24 horas. ¿Qué ángulo gira en 5 horas?
6. Calcula:  
 $45^\circ 23' + 19^\circ 56'$   
 $15^\circ 50' + 34^\circ 11'$   
 $67^\circ 45' - 12^\circ 30'$   
 $97^\circ 44' - 56^\circ 52'$
7. En los siguientes polígonos:
  - señala los vértices y ángulos.
  - traza las diagonales.
8. Escribe el nombre de cada polígono del ejercicio anterior
9. Dibuja un triángulo escaleno, un isósceles, un equilátero, un rectángulo, un acutángulo y un

obtusángulo.

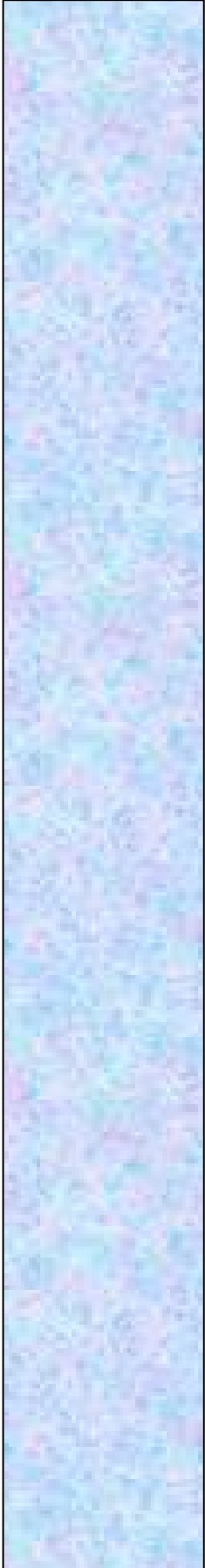
10. Dibuja un rombo. Traza sus diagonales. ¿Qué relación tienen los ángulos opuestos de la figura?
11. Dibuja una circunferencia y traza en ella:
  - El centro
  - Un diámetro
  - Una cuerda
  - Un radio
12. Halla el perímetro de un pentágono regular de 8 dm de lado.
13. Si el perímetro de un triángulo isósceles mide 50 cm y su base tiene 12 cm. ¿Cuánto miden los otros dos lados?
14. La base de un rectángulo es dos veces la longitud de la altura. Si el perímetro mide 72 cm, halla la longitud de sus lados.
15. Halla la longitud de la circunferencia de radio 6 cm.
16. Halla el radio de una circunferencia de 50,24 m de perímetro.
17. Dibuja un triángulo rectángulo y señala los catetos y la hipotenusa.
18. Calcula la hipotenusa en el siguiente triángulo:
19. Calcula el cateto.
20. Halla la altura de un triángulo isósceles de perímetro 36 cm y de base 10 cm.
21. Calcula la altura de un triángulo equilátero cuyo perímetro es de 24 cm.

22. Halla el área de un triángulo isósceles cuya base mide 12 cm y los lados laterales 18 cm.
23. Dibuja y halla el área de un trapecio cuyas bases miden 30 y 15 cm respectivamente y cuya altura es 10 cm.
24. Las bases de un trapecio rectángulo miden 20 y 8 cm y el lado oblicuo 15 cm. ¿Cuánto mide la altura? ¿Y la superficie?
25. ¿Cuántos azulejos de 8 cm de azulejos de 8 cm de lado necesitamos para cubrir un patio de 4 m de largo y 6 m de ancho?
26. ¿Cuántos  $m^2$  tiene un cuadrado de 40 cm de lado?
27. ¿Cuál es la superficie de un rombo cuyas diagonales mide 14 y 10 cm respectivamente?
28. Halla el perímetro y el área de un rombo cuyas diagonales miden 5 y 12 cm.
29. Halla el área de un triángulo isósceles cuya base mide 14 cm y su altura 8 cm.
30. Halla el área de la siguiente figura
31. Halla el área de un círculo de 12 cm de diámetro.
32. ¿Cuál es el radio de un círculo de  $78 \text{ cm}^2$  de superficie?



3

# Volúmenes de Cuerpos Geométricos. Proporcionalidad Geométrica



# TEMA 3

## VOLÚMENES DE CUERPOS GEOMÉTRICOS. PROPORCIONALIDAD GEOMÉTRICA

### 1. ÁREAS Y VOLÚMENES DE POLIEDROS

Un **poliedro** es el espacio limitado por polígonos. Si está limitado por cuatro polígonos se denomina **tetraedro**; por cinco, **pentaedro**; por seis, **hexaedro**; por doce, **dodecaedro**,...

Un ejemplo sencillo de poliedro es un dado. Está limitado por la intersección de seis planos cuadrados. Cada uno de estos seis cuadrados se denomina **cara**. La recta intersección de dos o más caras se denomina **arista** del poliedro, y el punto donde concurren tres o más caras es un **vértice** del poliedro.

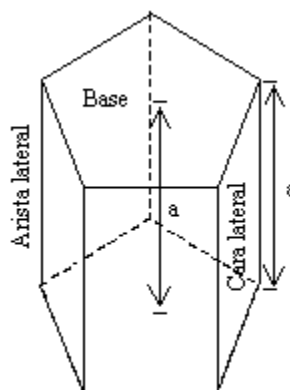
Se denomina **volumen** de un cuerpo a la medida del espacio que encierra

Se denomina **área** de un poliedro a la suma de las áreas de todas sus caras.

Los poliedros más sencillos se clasifican en dos grupos: prismas y pirámides.

### 2. ÁREAS Y VOLÚMENES DE PRISMAS RECTOS Y OBLICUOS

Los prismas son poliedros formados por dos caras iguales y paralelas llamadas **bases** y por una serie de **caras laterales rectangulares**, tantas como lados tenga el polígono de la base.



Si las aristas laterales son perpendiculares a la base, el prisma se denomina **prisma recto** y, en caso contrario, se dice que es un **prisma oblicuo**.

Los prismas se nombran según los polígonos de la base. Si las bases son polígonos regulares, el prisma se denomina **prisma regular** y las caras laterales son iguales. Si las bases son rectángulos, el prisma se denomina **ortopedro**. Si todas las caras son cuadrados, el prisma se denomina **cubo**.

Para calcular el **área lateral** de un prisma basta sumar las áreas de las caras laterales. Para hallar el **área total**, debes sumar el área de las bases al área lateral.

Para cualquier tipo de prisma, recto o no, el **volumen** es igual al **área de la base por la altura**. El **cubo** o hexaedro es un caso particular del ortopedro. Como todos sus lados son iguales, para hallar su volumen basta con **eleva al cubo su arista**.

En las pirámides, las caras laterales son siempre triángulos que se cortan en un punto llamado **vértice** de la pirámide. Hay una sola base.

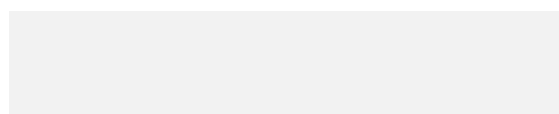
Según el polígono que conforme ésta, la pirámide se llamará pentagonal, hexagonal,...

Se denomina **altura** de la pirámide a la distancia que une el vértice con la base. Si esta altura coincide con la línea que une el vértice de la pirámide con el centro de la base, la pirámide es **recta**. En caso contrario, nos encontramos con una pirámide **oblicua**.

Si la base de la pirámide es un polígono regular y la altura cae en el centro de la base, se dice que la pirámide es **regular**. Como consecuencia, los lados de la pirámide son triángulos isósceles.

El **área lateral** de una pirámide es la **suma de las áreas de las caras laterales**. Para hallar el **área total**, habrá que **añadir el área de la base al área lateral**.

Si se construye un prisma y una pirámide que tengan la misma base y la misma altura, se podrá comprobar que para llenar el prisma se necesita echar en él tres veces el contenido de la pirámide; es decir, el **volumen de la pirámide** es igual que el **volumen del prisma dividido entre tres**.



### 3. ÁREAS Y VOLÚMENES DE FIGURAS DE REVOLUCIÓN

Si un triángulo gira alrededor de uno de sus lados, tenemos como figura resultante un **cono**. De igual manera, si es un rectángulo el que gira sobre uno de sus lados se genera un **cilindro**, y si es un semicírculo el que gira sobre su diámetro tendremos como resultado una **esfera**.

#### 3.1. El cono

Si desarrollamos un cono veremos que consta de un círculo, que es la base, y de un sector circular, que es la superficie lateral. Si consideramos el sector circular como un triángulo de altura  $h$  y base  $2\pi r$ , su área sería:

$$\text{Área lateral} = \frac{1}{2} (2\pi r h) = \pi r h$$

Por tanto para calcular el área total del cono basta con sumar el área de la base al área lateral.

$$\text{Área total} = \text{Área lateral} + \text{Área base}$$

De igual manera que con los prismas y las pirámides, tres veces el volumen de un cono llena el volumen de un cilindro recto que tenga la misma base de radio  $r$  y altura  $a$ , por lo que

$$\text{Volumen cono} = \pi r^2 a$$

#### 3.2. El cilindro

El desarrollo plano de un cilindro recto de radio  $r$  y altura  $h$  está formado por dos círculos, que son las bases, y un rectángulo, que es la superficie lateral. Por tanto su **área lateral** será  $2\pi r h$ , es decir, la base del rectángulo por la altura.

El **área total** será el resultado de sumar el área de las dos bases al área lateral, es decir:

$$2\pi r h + 2r^2 = 2\pi r (h + r)$$

Para calcular su volumen consideraremos el cilindro como un prisma recto de infinitos lados, por lo que su volumen se calcularía multiplicando el área de la base por la altura:

$$\text{Volumen del cilindro} = \pi r^2 h$$



### 3.3. La esfera

Ya sabemos que el cuerpo que se genera al girar un semicírculo alrededor de un eje es una esfera. El conjunto de puntos que equidistan de uno interior, llamado **centro**, se denomina **superficie esférica**. El conjunto de puntos interiores a esta superficie esférica, incluida ésta, se denomina **esfera**.

El **diámetro** de una esfera es el segmento que une dos puntos opuestos de la superficie esférica.

El **radio** de una esfera es el segmento que une el centro con cualquier punto de la superficie.

Si cortamos una esfera por un plano obtenemos un círculo. Si este plano pasa por el centro de la esfera obtenemos un **círculo máximo**.

La superficie de una esfera de radio  $R$  es:

$$\text{Área esfera} = 4 \pi R^2$$

Arquímedes (285 – 212 a.C.) fue quien calculó el volumen de la esfera, llegando a la conclusión que una esfera de radio  $R$  tenía de volumen:

$$\text{Volumen esfera} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

#### 4. Cuerpos geométricos regulares (tabla)

##### **PRISMA**

2 Bases. Son Polígonos regulares

Caras laterales. 

Son Rectángulos
Tantas caras como lados tiene la base

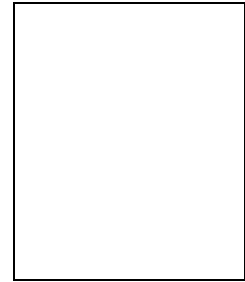
Área de las bases: Área de la base \* 2

Área lateral: Área del rectángulo \* N° de lados de la base

Área total: Área lateral + Área de las bases

Volumen = Área de la base \* Altura

---



##### **PIRÁMIDE**

1 Base. Son Polígonos regulares

Caras laterales. 

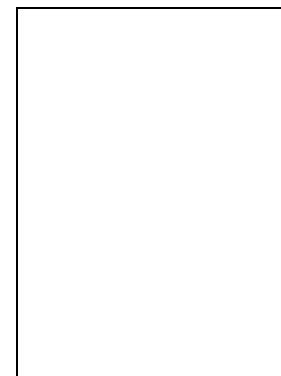
Son Triángulos
Tantas caras como lados tiene la base

Área de la base

Área lateral: Área del triangulo \* N° de lados de la base

Área total: Área lateral + Área de la base

Volumen = (Área de la base \* Altura) / 3



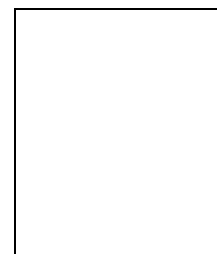
Según la base tanto el prisma como la pirámide pueden ser: Cuadrangulares, pentagonales, hexagonales, heptagonales, etc. ...

**Apotema** de la base.- Perpendicular trazada del centro de un polígono regular a uno de sus lados.

**Apotema de la Pirámide**.- La apotema lateral de una pirámide regular es la altura de cualquiera de sus caras laterales, es decir, la altura de las caras triangulares de la pirámide.

---

#### **Cuerpos redondos o cuerpos de revolución**



## CILINDRO

2 Bases. Son CÍRCULOS

Cara lateral. | Es un rectángulo

Área de las bases: Superficie del círculo ( $\pi * R^2$ ) \* 2

Área lateral: Área del  
rectángulo

Base = Longitud de la circunferencia ( $\pi * 2 * R$ )  
Altura = Altura del cilindro

Área total: Área lateral + Área de las bases

Volumen del cilindro =  $\pi r^2 h$

El cilindro es generado por la revolución de un rectángulo

---

## CONO

1 Base. Es un círculo

Cara lateral. | Triángulo + Sector circular ( Triángulo Circular)

Área de la base : Superficie del círculo ( $\pi * R^2$ )

Área lateral:  $\pi * R * g$  ( $\pi = 3,14$  ;  $R = \text{radio}$  ;  $g = \text{Generatriz}$ )

Área total: Área lateral + Área de la base

El cono es generado por la revolución de un triángulo rectángulo

Volumen cono =  $\pi r^2 h$

---

## ESFERA

Superficie curva cerrada

Superficie  
curva cerrada | Los puntos de la superficie equidistan del Centro  
RADIO = Distancia del centro a la superficie

Área del círculo:  $4 * \pi * R^2$

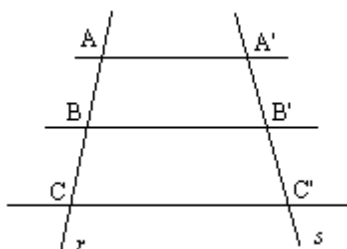
La esfera es generada por la revolución de un semicírculo

Volumen esfera =  $\pi R^3$

---

## 5. EL TEOREMA DE THALES

Thales de Mileto enunció uno de los teoremas más famosos e importantes de la Geometría, que lleva su nombre en su honor. Justificó que si un sistema de rectas paralelas corta a dos secantes, los segmentos determinados son proporcionales.



Si las rectas paralelas cortan a las rectas  $r$  y  $s$  en los puntos  $A, B, C$  y  $A', B'$  y  $C'$  respectivamente, entonces se verifica

$$= k$$

$k$  = constante de proporcionalidad.

## 6. TRIÁNGULOS Y POLÍGONOS SEMEJANTES

Decimos que dos figuras son semejantes cuando tienen la misma forma y diferente tamaño. Matemáticamente esto se traduce en decir que dos figuras son semejantes cuando sus ángulos correspondientes sean iguales y sus lados homólogos proporcionales.

Dos triángulos son semejantes **si tienen dos ángulos iguales**, pues entonces tendrían igual el tercer ángulo.

Dos triángulos son semejantes **si tienen sus lados proporcionales**,

pues entonces sus ángulos son iguales.

Dos triángulos son semejantes **si tienen dos pares de lados proporcionales y es igual el ángulo comprendido**, pues entonces se cumple la proporcionalidad del tercer lado.

Una de las aplicaciones más importantes de la semejanza es la de poder realizar mediciones indirectas. Veamos cómo, con un espejo y aplicando las propiedades de la semejanza, podemos medir la altura de un poste.

Situamos un espejo a una distancia  $D$  del pie del poste. A continuación nos desplazamos hasta que observemos que el extremo del poste en el espejo. Puesto que el ángulo de incidencia y el reflejado son iguales, los dos triángulos rectángulos son semejantes (pues tienen un ángulo agudo igual). Podemos establecer la proporción siendo  $h$  la altura del observador.

, de donde

## 7. MAPAS, PLANOS Y ESCALAS

Para que los planos puedan ser interpretados hemos de añadir una leyenda denominada **escala** que indique la razón de semejanza. Dicha escala suele darse en centímetros o milímetros según el plano.

Los **mapas** son una representación a escala de la realidad. Por ejemplo, un mapa que tenga una escala de 1:300.000 indica que un centímetro en el mapa equivale a 300.000 cm en la realidad, es decir, 3 km.

Una importante aplicación de la semejanza es la elaboración de planos con una escala determinada.

Supongamos que las dimensiones de un campo de fútbol son de 100 m de largo por 55 de ancho. Si deseamos construir un rectángulo que represente dicho campo y que tenga 5 cm de largo, la proporción entre el dibujo y la realidad será de

es decir, un centímetro en el plano son 2.000 cm = 20 m en la realidad.

La anchura del campo tendremos que dibujarla siguiendo la misma proporción, es decir, que 1 cm en el plano sean 20 m en la realidad. Para ello establecemos la siguiente proporción

$$, \text{ luego } x = 2'75 \text{ cm}$$

Resumiendo, debemos dibujar un rectángulo cuyas dimensiones sean 5 cm de largo (base) y 2'75 cm de ancho (alto).

### 7.1. Relación entre los perímetros de dos polígonos semejantes

Si relacionamos los perímetros del campo de fútbol anterior  $P = 310 \text{ m}$  y el de nuestro dibujo  $P' = 15'5 \text{ cm}$ , veremos que la proporción entre dichos perímetros es

Como se puede comprobar, la relación entre el perímetro de nuestro dibujo y el perímetro en la realidad es la misma que la razón de semejanza o, dicho de otra manera, **la razón de los**

**perímetros de dos polígonos semejantes es igual a la razón de semejanza.**

### 7.2. Relación entre las áreas de dos polígonos semejantes

La superficie real del campo de fútbol  $A$  es  $5.500 \text{ m}^2 = 55.000.000 \text{ cm}^2$ , y la del dibujo  $A'$  es de  $13'75 \text{ cm}^2$ . Por lo tanto su relación es

**La razón de las áreas de dos polígonos semejantes es igual al cuadrado de la razón de semejanza.**

### 7.3. Relación entre los volúmenes de dos figuras semejantes

Decimos, en general, que dos cuerpos geométricos son semejantes cuando sus dimensiones son proporcionales y tienen la misma forma.

Supongamos un dado de arista 15 mm y deseamos construir un escarapate semejante y 10 veces mayor, que estén en la proporción  $k = 1/10$ .

El volumen  $v$  del dado original es  $v = (15)^3 = 3.375 \text{ mm}^3$ . Por tanto, la arista del dado que queremos construir es de 150 mm, y el volumen  $V$  será  $V = (150)^3 = 3.375.000 \text{ mm}^3$

La relación entre los volúmenes será

**La relación entre los volúmenes de dos cuerpos semejantes es igual al cubo de la razón de semejanza.**

## 8. POLIEDROS REGULARES. Todas las caras iguales.

TETRAEDRO = 4 CARAS. Son triángulos equiláteros.			
Área de la CARA	Base = Altura =	A. Del triangulo $(b * a) / 2 =$	

Área Total = Área de la Cara * 4 (nº de caras) =		
Volumen =		
EXAEDRO O CUBO = 6 CARAS. Son cuadriláteros		
Área de la CARA	lado	Área del Cuadrado l <sup>2</sup> =
A. Total = Área de la Cara * 6 (nº de caras) =		
Volumen =		

OCTAEDRO = 8 CARAS. Son triángulos equiláteros.		
Área de la CARA	Base Altura	A. Del triangulo ( b* a) /2 =
A. Total = Área de la Cara * 8 (nº de caras) =		
Volumen =		

DODECAEDRO = 12 CARAS. Son pentágonos.		
Área de la CARA	Lado = Apotema =	A. Del pentágono ( p* ap) /2 =
Área Total = Área de la Cara * 4 (nº de caras) =		
Volumen =		

ICOSAEDRO = 20 CARAS. Son triángulos		
Área de la CARA	Base = Altura =	A. Del triangulo ( b* a) /2 =
Área Total = Área de la Cara * 4 (nº de caras) =		
Volumen =		

## ACTIVIDADES

1. ¿Qué cantidad de papel necesitamos para forrar una caja de base rectangular de 40·30 cm y de altura 10 cm?
2. ¿Qué volumen tiene un cubo cuya arista es de 11 mm?
3. ¿Qué volumen tiene un cubo cuya superficie total es de 18 m<sup>2</sup>?
4. La diagonal de la cara de un cubo mide 2 m. Calcula el volumen del mismo.
5. Calcula el volumen de una vasija rectangular de 20 cm de altura si el área de la base es de 40 cm<sup>2</sup>.
6. Una caja tiene forma de ortoedro cuya altura es de 10 cm y las dimensiones de su base son 8·5 cm. Si tenemos un bote de 20 cm<sup>3</sup> de capacidad. ¿Cuántas veces debemos vaciar el bote en el ortoedro hasta llenarlo?
7. Un refresco tiene un envase cilíndrico. Su altura es de 15 cm y el diámetro de la base mide 8 cm. Deseamos envasar 1000 litros de refresco. ¿Cuántas latas necesitaremos?
8. Un cilindro de 30 cm<sup>3</sup> de capacidad es equivalente a un cono de altura 8 cm. Determina el radio de la base de dicho cono.
9. Un depósito está formado por una parte central cilíndrica de 1 m de diámetro y 2 m de altura. En sus extremos superior e inferior está rematado por dos semiesferas. Determina el volumen y la superficie de dicho depósito.
10. La base de un prisma de 10 cm de altura es un triángulo rectángulo isósceles cuya hipotenusa mide 6 cm. Calcula:
  - a) Área lateral y total del prisma.
  - b) Volumen del prisma.
11. Calcula la superficie de un tetraedro regular de arista 4 cm.
12. Una pirámide regular tiene 100 cm<sup>2</sup> de área de la base y 30 cm de altura. Determina su volumen.
13. Una pirámide regular tiene de base un cuadrado de 15 cm de lado. La altura de la pirámide es de 12 cm. Determina:
  - a) El área lateral.
  - b) El área total.
  - c) El volumen.
14. La base de una pirámide regular es un hexágono regular de 5 cm de lado. La apotema de la pirámide es de 12 cm. Determina :
  - a) El área de la base.
  - b) El área lateral.
  - c) El área total.
  - d) El volumen.
15. Calcula el área lateral y total de un prisma hexagonal regular cuyas aristas laterales tienen doble longitud que las de la base, sabiendo que la suma de todas las aristas es de 48 cm.

16. Un estanque rectangular de dimensiones 15·20 metros está vacío. Un grifo echa agua a razón de 20 litros por segundo. ¿Cuánto tardará el nivel del agua a alcanzar los 80 cm?

17. El radio medio de la Tierra es de 6.368 km, el de la Luna 1.736 km y el de Marte 3.397 km. Calcula las superficies y los volúmenes de los tres y compara sus dimensiones.

18. El área de una superficie esférica es de 700 dm<sup>2</sup>. Halla el volumen de la esfera.

19. En un mapa de escala 1:500.000 dos ciudades están separadas por 32 mm. ¿Cuál es la distancia real entre ellas?

20. La distancia desde mi casa al centro de F.P.A. es de 750 m. En el plano de la ciudad esta distancia es de 75 mm. ¿Cuál es la escala del plano?

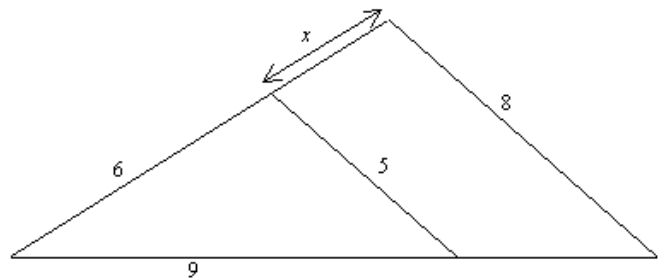
21. Debemos realizar un plano de 1:200 de un piso que tiene un pasillo de 7 m de largo. ¿Cuánto debe medir este pasillo en el plano?

22. La razón de semejanza entre dos cuadrados es 3. ¿Cuál es la razón entre sus áreas?

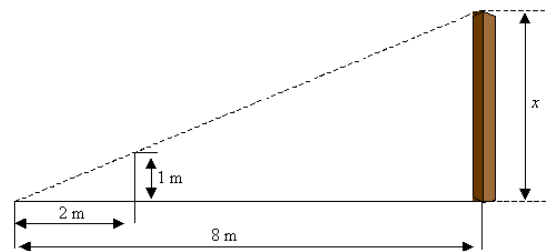
23. La razón de semejanza entre dos cilindros es 2. ¿Cuál será la razón de semejanza entre sus volúmenes?

24. Di cuál es la relación de semejanza entre los radios de dos esferas cuyos volúmenes mantienen la proporción .

25. Calcula el valor de x en la figura:



26. Queremos conocer la altura de un poste cuyo extremo no alcanzamos. Conocemos sin



embargo la longitud de su sombra, 8 m, y colocando un bastón de 1 m en posición vertical de modo que su sombra coincida con la del árbol, resulta esta figura:

27. La sombra de un árbol mide 12 m y en este mismo instante la sombra de una persona de 1'7 m de altura mide 2'5 m. ¿Cuál es la altura del árbol?



# ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

## Ficha 1 (Ejercicios Prismas)

### FORMULAS

$A_b$  = Depende de la figura

$A_l = P_b \times h$

$A_t = 2 A_b + A_l$

$V = A_b \times h$

### EJERCICIOS:

1) Halla el área de la base, el área lateral, el área total y el volumen de los siguientes prismas:

6m

2) Halla el área de la base, el área lateral, el área total y el volumen de un cubo de 10 cm de lado

3) Halla el área total y el volumen de un prisma de base pentagonal (4 m de lado y 3 de apotema) y 10 m de altura.

4) Halla el área de la base, el área lateral, el área total y el volumen de un prisma de base hexagonal (10 cm de lado de la base) y 25 cm de altura.

5) Halla el área de la base, el área lateral, el área total y el volumen del siguiente prisma cuyas bases son triángulos equiláteros:

## Ficha 2 (Problemas Prismas)

1) Una piscina mide 20 m de largo, 5 m de ancho y 2,5 m de alto.

a) Calcula la capacidad de la piscina en litros

b) Si pintamos las paredes y el suelo de la piscina y nos cuesta 0,5 euros el m<sup>2</sup> ¿cuanto nos cuesta pintar la piscina?

2) En un prisma regular de base cuadrada de 8 cm de lado de la base y 10 cm de altura, calcula.

a) Diagonal de la base.

b) Diagonal del prisma.

c) Volumen del prisma

d) Superficie total.

3) Un carpintero me cobra 5 euros el metro cúbico de madera. Si necesito un tablero que mida 3 metros de largo, 2 metros de ancho y 10 centímetros de grosor.

- a. Dibuja el tablero
- b. ¿Cuánto me cuesta el tablero?

4) La pared de una presa tiene 96,8 m de altura, 9,8 de largo y 7,6 m de ancho. Si cada metro cúbico de piedra pesa 3 toneladas y cada kg. cuesta 0,05 euros. ¿Cuál es el coste de la piedra empleada en construir la presa?.

### **Ficha 3 (Ejercicios Cilindros)**

#### **FORMULAS:**

$Ab = \pi r^2$	$Al = 2 \pi rg$	$At = 2Ab + Al$	$V = Ab \times h$
----------------	-----------------	-----------------	-------------------

#### **EJERCICIOS:**

1.-Halla el área de la base, el área lateral, el área total y el volumen del siguiente cilindro, de radio 8 cm y altura 14 cm.

¿Cuántos litros de agua cabrán en un deposito igual que este cilindro?

2) Halla el área lateral, el área total y el volumen de un cilindro de 11,12 cm de altura y 8,6 cm de diámetro.

3) Halla la capacidad, en litros, de un depósito cilíndrico cuya circunferencia de la base (longitud de la circunferencia) mide 21,98 m y la altura 6,3 m.

5) Averigua cual es el área lateral, el área total y el volumen de un cilindro cuya área de la base mide 50,24 cm<sup>2</sup> y la altura 8,5 cm.

### **Ficha 4 (Problemas Cilindros)**

1)) ¿Cuántos litros de agua caben en el siguiente deposito de 2 cm de radio y 2,5 cm de altura?

2) Un laboratorio farmacéutico envasa el alcohol en frascos de forma cilíndrica, que miden 4 cm de diámetro y 10 cm de altura. Calcula la capacidad en cl y en litros de cada frasco de alcohol.

3) ¿Qué altura deberá tener un deposito cilíndrico de 5 m de radio para que pueda contener 314.000 litros de agua

4) ¿Cuántos litros caben en un bidón que tiene 40 cm de radio y 0,9 metros de altura?.

5) Se ha pintado por dentro y por fuera un depósito sin tapadera de 9,7 dm de alto y 3,6 dm de radio. Teniendo en cuenta que la base solo se puede pintar por dentro, ¿ Cuánto habrá costado la pintura, si cada  $\text{dm}^2$  de esta cuesta 2 euros?.

### ***Ficha 5 (Ejercicios Pirámides)***

#### **EJERCICIOS:**

- 1) La base de una pirámide regular es un cuadrado de 6 dm de lado. Su altura es de 4 dm. Halla su área total y su volumen.
- 2) Halla el área de la base, el área lateral, el área total y el volumen de una pirámide pentagonal, sabiendo que su base es un pentágono de 10 cm de lado y 8,5 de apotema, y que la altura de la pirámide mide 45 cm.
- 3) Calcula el volumen de una pirámide cuadrangular sabiendo que el lado de la base mide 6 cm. y la apotema mide 10 cm.
- 4) Calcula las hectáreas de terreno que ocupa la pirámide del problema anterior.
- 5) Calcula el volumen de una pirámide regular cuya base es un hexágono de 20 cm de lado y su arista lateral es de 29 cm.

### ***Ficha 6 (Ejercicios Conos)***

#### **EJERCICIOS:**

- 1) Halla el área de la base, el área lateral, el área total y el volumen del siguiente cono de altura 8 m, radio 6 m y generatriz 10 m.
- 2) Halla el área de la base, el área lateral, el área total y el volumen de un cono cuya generatriz mide 10 cm y el radio de su base es de 2,5 cm.
- 3) Halla el área lateral, el área total y el volumen de un cono de 2,4 cm de altura y cuyo radio de la base mide 1cm.
- 4) Calcula el área lateral, el área total y el volumen de un cono cuya generatriz mide 6 cm y la altura 4,8 cm.
- 5) Calcula el volumen de un cono cuya longitud de la circunferencia de la base mide 75,36 cm y su área lateral es 753,6  $\text{cm}^2$  .

### **Ficha 7 (Repaso Pirámides y Conos)**

- 1) Calcula las áreas y el volumen de la siguiente pirámide hexagonal de apotema de la base 12 m, altura 16 m, lado de la base 14 m y altura de la cara lateral 20 m.
- 2) Calcula el área total y el volumen de un cono cuya generatriz mide 25 cm y el radio de su base es de 12 cm.
- 3) Calcula el volumen de un cono de 4 cm de radio de la base y 9 cm de altura.
- 4) Calcula el área y el volumen de la pirámide regular siguiente, con los siguientes datos:  
Base: Cuadrado de 5 cm. de lado.  
Apotema de la pirámide: 10 cm.
- 5) Un recipiente tiene forma de pirámide rectangular. Calcula cuántos litros de agua se pueden introducir en él, si las dimensiones del rectángulo son 6 dm de largo y 4 dm de ancho, y la altura de la pirámide es 10 dm (Recuerda: 1 litro es 1 decímetro cúbico)

### **Ficha 8 (Repaso Prismas y Cilindros)**

- 1) ¿Cuál es el precio de un cajón de embalaje de 80 cm x 50 cm x 70 cm si la madera cuesta a razón de 16 euros/m<sup>2</sup>?
- 2) Dado un cilindro con las siguientes dimensiones:  
diámetro de la base = 3 cm y altura = 2 cm.  
Dibuja aproximadamente el cilindro y calcula su área total y su volumen.
- 3) Calcula el área total y el volumen del siguiente cilindro de radio 6 cm y altura 25 cm.
- 4) Halla el volumen de un prisma cuya altura mide 5 metros y la base es un rombo cuyas diagonales miden 6 metros y 8 metros respectivamente.

### **Ficha 9 (Ejercicios Esferas)**

### **EJERCICIOS:**

- 1) Halla el área y el volumen de la siguiente esfera (radio = 10 m):
- 2) Halla el área y el volumen de una esfera de 10 cm de diámetro
- 3) Halla el área y el volumen de una esfera cuya circunferencia máxima (longitud de la circunferencia mide 47,1 cm).
- 4) Halla el radio de una esfera cuyo volumen es  $113,04 \text{ cm}^3$ .
- 5) Si el área de una esfera es  $100 \text{ cm}^2$  determina su diámetro

### ***Ficha 10 (Repaso Pirámides, Conos y Esferas)***

- 1) Calcula en  $\text{km}^2$  el área de la superficie terrestre, si el radio de la Tierra es 6.370 km.
- 2) He rodeado con una cuerda una pelota. A continuación he medido la longitud del trozo de cuerda que he utilizado para rodear el balón. ¿Cuál es el radio del balón, si el trozo de cuerda mide 94,20 cm. de longitud? Calcula el área y el volumen de la pelota.
- 3) Calcula el área total de una pirámide regular cuya base es un cuadrado de 18 cm de lado y la altura de una cara lateral es 40 cm.
- 4) Teniendo en cuenta las medidas señaladas, calcula el volumen de esta figura
- 5) Halla el área total de una pirámide hexagonal regular con aristas laterales de 13 cm y aristas de la base de 10 cm.

### ***Ficha 11 (Repaso Geometría espacial)***

- 1) Calcula el área total y el volumen de estos cuerpos
- 2) Calcula el área total y el volumen de estos cuerpos
- 3) Calcula el volumen de una pirámide regular cuya base es un hexágono de 18 cm de lado y su altura es de 40 cm.



## APENDICE

### Nombre de polígonos

Los polígonos son figuras formadas por varias líneas a las que llamamos lados, Para que una figura formada por líneas se considere un polígono es indispensable que estas líneas formen una figura cerrada. Por ejemplo, dos líneas que se cruzan no pueden formar un polígono porque no encierran un área, por eso el polígono con el menor número de lados es el triángulo.

La palabra polígono viene del griego *polygonos*. De *polys* que significa muchos y de *gañía* que significa ángulos. Digamos que la "traducción" más precisa de la palabra polígono sería "figura que tiene muchos ángulos".

Éstos son los nombres de los	Nombre del polígono
3	Triángulo
4	Cuadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octágono
9	Eneágono o Nonágono
10	Decágono
11	Endecágono

Número de lados	Nombre del polígono
12	Dodecágono
13	Triskaidecágono
14	Tetradecágono
15	Pentadecágono
16	Hexadecágono
17	Heptadecágono
18	Octadecágono
19	Eneadecágono
20	Icoságono

Para saber cómo se llama un polígono de menos de cien lados podemos hacer lo siguiente. Primero contamos el número de lados que tiene, hacemos una combinación de prefijos como se muestra a continuación y agregamos la terminación *gono*.

Decenas		y	Unidades		Terminaciones
		-kai-	1	-hená-	-gono
20	icosa-		2	-dí-	
30	triaconta-		3	-trí-	
40	tetraconta-		4	-tetrá-	
50	pentaconta-		5	-pentá-	
60	hexaconta-		6	-hexá-	
70	heptaconta-		7	-heptá-	
80	octaconta-		8	-octá-	
90	eneaconta-		9	-eneá-	

Por ejemplo, un polígono de 30 lados se llama **triacontágono**, mientras que uno de 63 lados se llama **hexacontakaitrígono**.

Para que puedas decir que te sabes el nombre de todos los polígonos de hasta cien lados, ahí va el que falta: el polígono de cien lados se llama **hectágono**. Como puedes ver, algunos nombres de polígonos son más fáciles de decir que otros.

# INDICE

## **TEMA 1.....4**

<b>EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL.....</b>	<b>4</b>
2. CLASIFICACIÓN DE LAS MAGNITUDES.....	4
2.1. Magnitudes fundamentales y derivadas.....	4
2.2. Magnitudes escalares y vectoriales.....	4
3. SISTEMAS DE UNIDADES.....	4
4. UNIDADES DE LONGITUD.....	5
EQUIVALENCIA.....	5
5. UNIDADES DE MASA.....	5
6. UNIDADES DE CAPACIDAD.....	5
7. UNIDADES DE SUPERFICIE.....	6
8. UNIDADES DE VOLUMEN.....	6
9. UNIDADES DE TIEMPO.....	6
10. OPERACIONES CON COMPLEJOS.....	7
ACTIVIDADES.....	7

## **TEMA 2.....12**

<b>GEOMETRÍA: EL PLANO, POLÍGONOS Y ÁREAS DE FIGURAS PLANAS.....</b>	<b>12</b>
1. LÍNEAS.....	12
2. ÁNGULOS.....	12
Tipos de ángulos.....	12
Relaciones angulares.-.....	14
Ángulos de polígonos.-.....	14
3. POLÍGONOS.....	15
Clasificación de los polígonos.....	15
Según el número de lados.....	15
Según sus lados y ángulos.....	15
4. TRIÁNGULOS.....	15
Clasificación de los triángulos.....	15
Según sus lados.....	15
Según sus ángulos.....	15
5. CUADRILÁTEROS.....	15
Clasificación de cuadriláteros.....	15
Según sus lados.....	15
6. CIRCUNFERENCIA.....	16
7. PERÍMETRO DE LOS POLÍGONOS.....	16
$L = 2\pi \cdot r$ .....	16
$L = d \cdot \pi$ .....	16
8. TEOREMA DE PITÁGORAS.....	17
9. ÁREAS DE FIGURAS PLANAS.....	17
Área del rectángulo.....	17
$A = b \cdot h$ .....	17
Área del cuadrado.....	17
Área del romboide.....	17
Área del rombo.....	18
Área del triángulo.....	18



Área del trapecio.....	18
Área del polígono regular.....	18
Área del círculo.....	18
ACTIVIDADES.....	20

**TEMA 3.....23**

**VOLÚMENES DE CUERPOS GEOMÉTRICOS. PROPORCIONALIDAD**

<b>GEOMÉTRICA.....</b>	<b>23</b>
1. ÁREAS Y VOLÚMENES DE POLIEDROS.....	23
2. ÁREAS Y VOLÚMENES DE PRISMAS RECTOS Y OBLICUOS.....	23
3. ÁREAS Y VOLÚMENES DE FIGURAS DE REVOLUCIÓN.....	24
3.1. El cono.....	24
Área total = Área lateral + Área base.....	24
3.2. El cilindro.....	24
3.3. La esfera.....	25
4. CUERPOS GEOMÉTRICOS REGULARES (TABLA).....	26
PRISMA.....	26
PIRÁMIDE.....	26
Cuerpos redondos o cuerpos de revolución.....	26
CILINDRO.....	27
CONO.....	27
ESFERA.....	27
5. EL TEOREMA DE THALES.....	28
6. TRIÁNGULOS Y POLÍGONOS SEMEJANTES.....	28
7. MAPAS, PLANOS Y ESCALAS.....	28
7.1. Relación entre los perímetros de dos polígonos semejantes.....	29
7.2. Relación entre las áreas de dos polígonos semejantes.....	29
7.3. Relación entre los volúmenes de dos figuras semejantes.....	29
8. POLIEDROS REGULARES. TODAS LAS CARAS IGUALES.....	29
ACTIVIDADES.....	31
<b>ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS.....</b>	<b>33</b>
FICHA 1 (EJERCICIOS PRISMAS) .....	33
FORMULAS.....	33
EJERCICIOS: .....	33
FICHA 2 (PROBLEMAS PRISMAS) .....	33
FICHA 3 (EJERCICIOS CILINDROS) .....	34
FORMULAS: .....	34
EJERCICIOS: .....	34
FICHA 4 (PROBLEMAS CILINDROS).....	34
FICHA 5 (EJERCICIOS PIRÁMIDES) .....	35
EJERCICIOS: .....	35
FICHA 6 (EJERCICIOS CONOS) .....	35
EJERCICIOS: .....	35
FICHA 7 (REPASO PIRÁMIDES Y CONOS) .....	36
FICHA 8 (REPASO PRISMAS Y CILINDROS) .....	36
FICHA 9 (EJERCICIOS ESFERAS) .....	36
EJERCICIOS:.....	37
FICHA 10 (REPASO PIRÁMIDES, CONOS Y ESFERAS) .....	37
FICHA 11 (REPASO GEOMETRÍA ESPACIAL) .....	37
APENDICE.....	39
<b>INDICE.....</b>	<b>40</b>

