De exámenes (Valencia)

1. Un plano lleva incorporado un sistema de coordenadas con los ejes perpendiculares y las distancias en cm. En dicho sistema se ha señalado dos puntos A=(-1,5) y B=(2,1). En A se sitúa un restaurante y en B una parada de autobús.
a) Calcula la distancia en km que hay entre el restaurante y la parada del autobús sabiendo que cada cm del plano representa 150 m en la realidad
b) Si se construye un camino en línea recta desde la parada al restaurante, halla la ecuación de la recta que representa en el plano dicho camino.

2. Los puntos A = (-3,0) y B = (1,3), son dos vértices consecutivos de un cuadrado. Sabiendo que la abscisa del tercer vértice C es positiva:
a) Calcula, a simple vista, las coordenadas de los otros dos vértices C y D.
b) Halla la ecuación de la recta que pasa por los vértices A y C.
c) Halla el área del cuadrado.

3. En un mapa, que incorpora unos ejes de coordenadas perpendiculares con las unidades en centímetros, figuran dos poblaciones A y B, situadas respectivamente en los puntos (3, 0) y (−1, −3).
a) Calcula la distancia en el plano entre las dos poblaciones
b) Calcula la distancia real en km si la escala es 1:50.000
c) Si pudiéramos construir una carretera totalmente recta entre las dos poblaciones, ¿cuál sería la ecuación que cumpliría en el plano dicha carretera?

4. Un mapa cuya escala es 1:20.000 lleva incorporado un sistema de referencia euclídeo cuyas unidades vienen en cm. En el punto (-2,1) se encuentra situado un pozo y en el punto (6,7) se encuentra situada una fábrica. Queremos construir una tubería de cemento que, en línea recta, lleve el agua desde el pozo a la fábrica. Calcula:
a) La longitud de la tubería en el mapa y en la realidad.
b) La ecuación de la recta que sustenta la tubería.

SOLUCIONES

1.
Puntos A(-1,5) y B(2,1).

La fórmula de la distancia entre dos puntos es: $d = \sqrt{B-A} = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2} =$

$= \sqrt{[2-(-1)]^2 + [(5-1)]^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

Ahora aplicamos una regla de tres para calcular la distancia real entre los puntos:

$$\begin{matrix} 1cm & \rightarrow 150m \\ 5cm & \rightarrow x(m) \end{matrix} \Rightarrow x = \frac{150 \cdot 5}{1} = 750m \Rightarrow 0{,}75km$$

La ecuación de la recta tiene como fórmula: $y = mx + n$

Calculamos primero la pendiente de la recta, entre los puntos A(-1,5) y B(2,1).

$$a) m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1-5}{2-(-1)} = \frac{-4}{3}$$

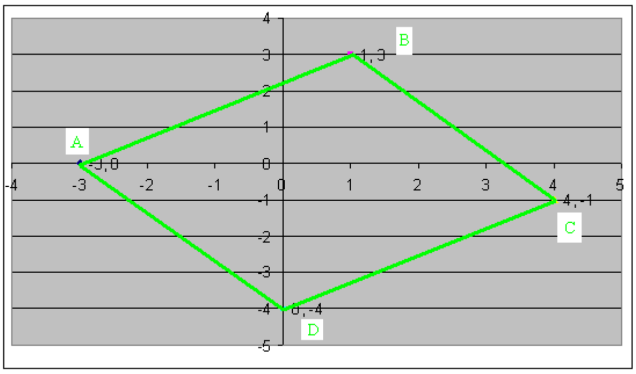
Sustituimos las coordenadas del otro punto para calcular n:

$$Punto: (2,1) \Rightarrow \quad y = mx + n \rightarrow 1 = \frac{-4}{3} \cdot 2 + n \rightarrow 1 = \frac{-8}{3} + n \rightarrow 1 + \frac{8}{3} = n \rightarrow$$

$$\frac{3}{3} + \frac{8}{3} = n \rightarrow n = \frac{11}{3}$$

Ecuación de la recta: $y = mx + n \Rightarrow y = \frac{-4}{3}x + \frac{11}{3}$ ó $3y + 4x = 11$

2.



a) Las coordenadas de C(4,-1) y D(0,-4)

b) A = (-3,0) C = (4,-1)

$$\overline{AC} = C - A = (4,-1) - (-3,0) = (4-(-3), (-1)-0) = (7,-1)$$

$$P(7,-1)$$

$$\frac{x - punto}{vector} = \frac{y - punto}{vector} \rightarrow \frac{x-4}{7} = \frac{y-(-1)}{-1} \rightarrow$$

$$(-1) \cdot (x-4) = 7 \cdot (y+1) \rightarrow$$

$$-x + 4 = 7y + 7 \rightarrow -x - 7y - 3 = 0 \rightarrow x + 7y + 3 = 0$$

c) Calculamos la longitud de uno de sus lados mediante Pitágoras:

$lado^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \rightarrow D = \sqrt{25} = 5$ unidades

Área del cuadrado= lado · lado = 5·5 = 25unidades^2.

3.

a) distancia entre dos puntos:

$$d(AB) = d[(3,0),(-1,-3)] = \sqrt{(3-(-1))^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{4^2 + 3^3} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5cm$$

b) Escala 1:50.000 $\rightarrow \begin{matrix} 1 \rightarrow & 50000 \\ 5 & \rightarrow x \end{matrix} \Rightarrow x = 50000 \cdot 5 = 250000cm \leftrightarrow 2{,}5km$

c) y=mx+n $\rightarrow m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0-(-3)}{3-(-1)} = \frac{3}{4}$

Calculo n: $\rightarrow m = \frac{3}{4} \Rightarrow y = mx + n \Rightarrow 0 = \frac{3}{4} \cdot 3 + n \rightarrow n = \frac{-9}{4}$

Ecuación de la recta:

$$\rightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{9}{4} \rightarrow 4y = 3x - 9 \rightarrow 3x - 4y - 9 = 0$$

4.

Distancia entre el punto (pozo) P(-2,1) y el punto (fábrica) F (6,7)

Distancia en el plano:

$$Dis\tan cia = \overline{PF} = F - P = \sqrt{(P_x - F_x)^2 + (P_Y - F_Y)^2} = \sqrt{(-2-6)^2 + (1-7)^2} =$$

$$= \sqrt{(-8)^2 + (-6)^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10 \quad cm$$

Distancia en la realidad:

$$\begin{matrix} 1cm \rightarrow & 20000 \\ 10cm \rightarrow & x \end{matrix} \quad x = \frac{10cm \cdot 20000}{1cm} = 200000cm \leftrightarrow 200000cm \cdot \frac{1Km}{100000} = 2Km$$
