

(2015)

Pregunta 1.

- Por cada diez baños abonados en una piscina, regalan uno más, es decir, en total son once baños. Calcula razonadamente el porcentaje de descuento que están aplicando al regalar ese baño.
- En una tienda de electrodomésticos celebran “el día sin IVA”. Es decir, venden los productos rebajados al precio que tenían antes de cargarles el 21% en concepto de IVA. Averigua cuánto habrá que pagar por un televisor que está a la venta, con IVA incluido, por 847€

Pregunta 2

Tenemos tres cajas, A, B y C, que contienen entre todas un total de 78 bombones. Si pasamos 4 bombones de la caja B a la A, en ésta habrá doble bombones que en aquella. Sabemos, además, que si pasamos un bombón de la caja C a la B, en ambas caja habrá el mismo número de bombones. Calcula razonadamente el número de bombones que hay en cada una de las cajas.

Pregunta 3

El beneficio diario en una tienda por la venta de un determinado producto, en relación con el precio de venta de dicho producto, viene representado por la función, $f(x) = 100x - 10x^2$. Siendo f(x) el beneficio en euros y “x” el precio de venta también en euros.

- El beneficio cuando el precio de venta se ha fijado en 2,8€.
- El precio asignado al producto cuando el beneficio ha sido de 187,5€
- El precio al que se ha de vender dicho producto si se pretende obtener el máximo beneficio.

Pregunta 4

Un plano lleva incorporado un sistema de coordenadas con los ejes perpendiculares y las distancias en cm. En dicho sistema se ha señalado dos puntos A=(-1,5) y B=(2,1). En A se sitúa un restaurante y en B una parada de autobús.

- Calcula la distancia en km que hay entre el restaurante y la parada del autobús sabiendo que cada cm del plano representa 150 m en la realidad
- Si se construye un camino en línea recta desde la parada al restaurante, halla la ecuación de la recta que representa en el plano dicho camino.

SOLUCIONES

Pregunta 1.

a) $\Rightarrow 1 - \frac{10}{10+1} = 1 - \frac{10}{11} = 1 - 0,909 = 0,0909 \xrightarrow{\%} 0,0909 \cdot 100 = 9,09\% \text{ de descuento}$

b) $\Rightarrow \text{Precio final} = \text{Precio inicial} \cdot 1,21(21\%) \rightarrow 847 = 1,21 \cdot x \rightarrow 847 = x - 0,21x \rightarrow x = \frac{847}{1,79} = 700\text{€}$

Pregunta 2

Tenemos tres cajas, A (x), B (y) y C (z), que contienen entre todas un total de 78 bombones: 1º ecuación: $x + y + z = 78$

Si pasamos 4 bombones de la caja B a la A, en ésta habrá doble bombones que en aquella : 2º ecuación: $2 \cdot (y - 4) = x + 4$

Sabemos, además, que si pasamos un bombón de la caja C a la B, en ambas caja habrá el mismo número de bombones: 3º ecuación: $z - 1 = y + 1$

$$a) \text{ Resolver el sistema. } \begin{cases} x = \text{caja A} \\ y = \text{caja B} \\ z = \text{caja C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 78 \\ 2 \cdot (y - 4) = x + 4 \\ z - 1 = y + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 78 \\ 2y - 8 = x + 4 \\ z = y + 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + y + 2 = 78 \\ -x + 2y = 12 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x + 2y = 76 \\ -x + 2y = 12 \end{cases} \rightarrow \text{si sumamos las dos ecuaciones, se nos elimina la inc\u00f3gnita X}$$

$$4y(2y + 2y) = 88(76 + 12) \rightarrow 4y = 88 \rightarrow y = \frac{88}{4} = 22$$

$$z = y + 2 = 22 + 2 = 24$$

$$x + y + z = 78 \rightarrow x = 78 - y - z = 78 - 22 - 24 = 32$$

Resumen: Hay 32 bombones en la caja A, 22 bombones en la caja B y 24 bombones en la caja C.

Pregunta 3

$$a) f(x) = 100x - 10x^2 \rightarrow f(2,8) = 100x - 10x^2 = 100 \cdot 2,8 - 10 \cdot 2,8^2 = 280 - 10 \cdot 7,84 = 280 - 78,4 = 201,6\text{€}$$

$$b) f(x) = 100x - 10x^2 \rightarrow 187,5 = 100x - 10x^2 \rightarrow 10x^2 - 100x + 187,5 = 0 \rightarrow$$

$$x = \frac{-(-100) \pm \sqrt{(-100)^2 - 4 \cdot 10 \cdot 187,5}}{2 \cdot 10} = \frac{100 \pm \sqrt{10000 - 7500}}{20} = \frac{100 \pm \sqrt{2500}}{20} = \frac{100 \pm 50}{20} =$$

$$= \frac{10 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{10 + 5}{2} = 7,5\text{€} \\ x_2 = \frac{10 - 5}{2} = 2,5\text{€} \end{cases}$$

$$c) f(x) = 100x - 10x^2 \rightarrow f'(x) = 0 \rightarrow f'(x) = 100 - 20x = 0 \rightarrow 100 = 20x \rightarrow x = \frac{100}{20} = 5\text{€}$$

Pregunta 4

a) Puntos A(-1,5) y B(2,1).

$$\text{La f\u00f3rmula de la distancia entre dos puntos es: } d = \sqrt{B - A} = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2} =$$

$$= \sqrt{[2 - (-1)]^2 + [(1 - 5)]^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

Ahora aplicamos una regla de tres para calcular la distancia real entre los puntos:

$$\begin{aligned} 1\text{cm} &\rightarrow 150\text{m} \\ 5\text{cm} &\rightarrow x(\text{m}) \end{aligned} \Rightarrow x = \frac{150 \cdot 5}{1} = 750\text{m} \Rightarrow 0,75\text{km}$$

b) La ecuaci\u00f3n de la recta tiene como f\u00f3rmula: $y = mx + n$

Calculamos primero la pendiente de la recta, entre los puntos A(-1,5) y B(2,1).

$$a)m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1 - 5}{2 - (-1)} = \frac{-4}{3}$$

Sustituimos las coordenadas del otro punto para calcular n:

$$\text{Punto : (2,1)} \Rightarrow y = mx + n \rightarrow 1 = \frac{-4}{3} \cdot 2 + n \rightarrow 1 = \frac{-8}{3} + n \rightarrow 1 + \frac{8}{3} = n \rightarrow$$

$$\frac{3}{3} + \frac{8}{3} = n \rightarrow n = \frac{11}{3}$$

$$\text{Ecuaci\u00f3n de la recta: } y = mx + n \Rightarrow y = \frac{-4}{3}x + \frac{11}{3} \quad \text{\u00f3} \quad 3y + 4x = 11$$

Pregunta 1

Un comerciante acude a una cooperativa vinícola para comprar vino. Observa que si compra 13 botellas, le sobran 3 € del dinero que lleva encima y que si quisiera comprar 17 botellas, le faltarían 27€. Todas las botellas valen lo mismo.

- ¿Cuál es el precio de cada botella de vino?
- Si finalmente compra 13 botellas y durante el regreso se le rompe una, ¿a qué precio deberá vender cada botella si desea obtener un beneficio del 20% sobre el gasto realizado?
- Si decide vender cada botella a 12,50€, ¿cuál es el porcentaje de beneficio que ha obtenido en la venta de esas 12 botellas?

Pregunta 2

Como sabes, la parte común del examen de acceso a Ciclos Formativos de Grado Superior de F.P. consta de tres asignaturas: lengua, inglés y matemáticas. Calcula, planteando un sistema de ecuaciones, las notas de esta parte común de un alumno que:

- La suma de las notas de las tres asignaturas es 22,50.
- Si hubiera sacado un punto más en lengua y dos puntos menos en matemáticas, ambas calificaciones serían iguales.
- La nota de inglés es la media aritmética de las notas de lengua y de matemáticas.

Pregunta 3

Un club deportivo ofrece a sus clientes dos modalidades de tarifa:

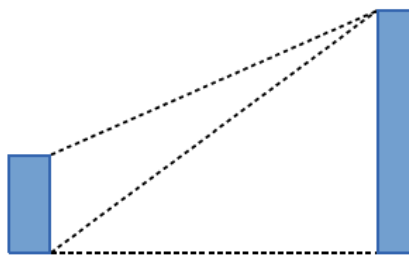
Modalidad A: un pago mensual de 42,50 € y 10,50 € más por cada día de uso de las instalaciones.

Modalidad B: un pago mensual de 55 € y 4,50 € más por cada día de uso de las instalaciones.

- Averigua la función que representa el coste anual de cada modalidad en relación con el número, “x”, de días de uso de las instalaciones.
- ¿Cuántos días al año de uso de las instalaciones tiene que realizar una persona para pagar lo mismo en ambas modalidades?
- Si el pago anual de una persona fue de 736,50 €, ¿cuál de las dos modalidades había elegido? Justifica la respuesta.

Pregunta 4

Desde el pie de una pequeña torre, A, se observa el extremo superior de otra torre, B, bajo un ángulo de 38°; mientras que, desde el extremo superior de la torre A se observa el extremo superior de la B bajo un ángulo de 26°. Sabiendo que la distancia entre los pies de ambas torres es 120 metros, ayúdate del dibujo adjunto y calcula la altura de ambas torres.



NOTA: El ángulo de observación es el formado por la línea de observación y la horizontal.

Pregunta 5

En un estudio sociológico realizado en dos barrios, A y B, se elige una muestra de 20 viviendas en cada uno de ellos y se computa el número de personas que viven en cada una de estas viviendas. Los resultados fueron: viven 4 personas en cada una y cuatro viviendas en las que viven 5 personas en cada una.

- Barrio B: Ocho viviendas en las que vive 1 persona en cada una de ellas, tres viviendas en las que viven 5 personas en cada una de ellas y nueve viviendas en las que viven 6 personas en cada una.

- Calcula la media, la mediana y la moda en cada una de estas dos distribuciones de datos.
- A simple vista, ¿cuál de las dos distribuciones te parece que tiene una desviación típica menor? Explica brevemente la razón.

SOLUCIONES

Ejercicio 1

$$\begin{cases} x \rightarrow \text{dinero que tiene} \\ y \rightarrow \text{precio por botella} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 13y = 3 \\ x - 17y = -27 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3 + 13y \\ x = -27 + 17y \end{cases} \rightarrow 3 + 13y = -27 + 17y$$

$$a) -4y = -30 \rightarrow y = \frac{30}{4} = 7,5\text{€ cada botella.}$$

b) Ha comprado un total de 13 botellas, a un precio de: $13 \cdot 7,5\text{€} = 97,5\text{€}$
Si se le rompe una botella, tendremos 12 botellas.

$$\text{Con el beneficio del } 20\% \rightarrow \frac{97,5\text{€}}{x} \rightarrow \frac{100\%}{120\%} \Rightarrow x = 97,5 \cdot \frac{120}{100} = 117\text{€}$$

Como 117€ es lo que queremos ganar, y tendremos 12 botellas, las tendremos que vender

$$\text{cada una por: } \rightarrow \frac{117\text{€}}{12} = 9,75\text{€}$$

$$c) \frac{12,5\text{€} \cdot 12 = 150\text{€}}{97,5\text{€}} \rightarrow \frac{x}{100\%} \Rightarrow x = 150 \cdot \frac{100}{97,5} = 153,84\%$$

El porcentaje de beneficio es de: $153,84\% - 100\% = 53,84\%$

Ejercicio 2

$$\begin{cases} x \rightarrow \text{notas de lengua} \\ y \rightarrow \text{notas de inglés} \\ z \rightarrow \text{notas de matemáticas} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 22,5 \\ x + 1 = z - 2 \\ \frac{x + z}{2} = y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 22,5 \\ x = z - 3 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} z - 3 + y + z = 22,5 \\ z - 3 - 2y + z = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} +y + 2z = 25,5 \\ -2y + 2z = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 25,5 - 2z \\ -2(25,5 - 2z) + 2z = 3 \end{cases}$$

$$\rightarrow -51 + 4z + 2z = 3 \rightarrow -51 + 6z = 3 \rightarrow z = \frac{54}{6} = 9 \text{ en matemáticas}$$

$$\rightarrow y = 25,5 - 2z = 25,5 - 2 \cdot 9 = 25,5 - 18 = 7,5 \text{ en inglés}$$

$$\rightarrow x + y + z = 22,5 \rightarrow x = 22,5 - y - z = 22,5 - 7,5 - 9 = 6 \text{ en lengua}$$

Ha sacado un 6 en lengua, un 7,5 en inglés y un 9 en matemáticas.

Ejercicio 3

a) Opción A: donde $f(x)$ y $g(x)$ son los E anuales y € son los días del año:

$$\rightarrow f(x) = 42,50 \cdot 12 + 10,50 \cdot x \rightarrow f(x) = 510 + 10,50 \cdot x$$

$$\rightarrow f(x) = 5512 + 4,50x \rightarrow f(x) = 660 + 4,50x$$

$$b) f(x) = g(x) \rightarrow 510 + 10,50x = 660 + 4,5 \cdot x \rightarrow 6x = 150 \rightarrow x = \frac{150}{6} = 25 \text{ días.}$$

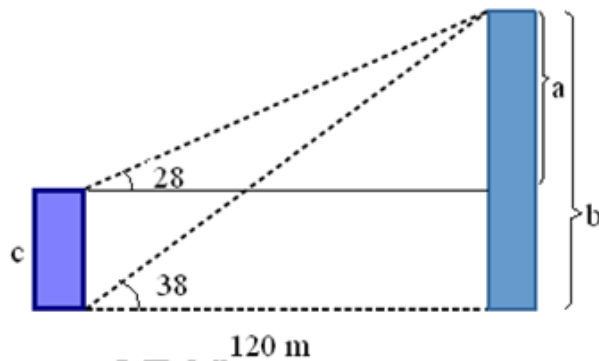
Se paga lo mismo a los 25 días.

$$c) \rightarrow f(x) = 42,5012 + 10,50x \rightarrow 736,50\text{€} = 510 + 10,50 \cdot x \rightarrow x = \frac{736,5 - 510}{10,5} = 21,57$$

$$\rightarrow f(x) = 5512 + 4,50x \rightarrow 736,50 = 660 + 4,50x \rightarrow x = \frac{736,5 - 660}{4,5} = 17$$

Como la opción B nos da un número entero, nos quedamos con esta opción.

Ejercicio 4



Donde b = altura de la torre, $c = b - a$ = altura de la torre baja.

Este tipo de problemas lo resolvemos mediante tangentes.

$$\operatorname{tg} 38^\circ = \frac{b}{120} \rightarrow b = 120(\operatorname{tg} 38^\circ) = 93,75 \text{ metros}$$

$$\operatorname{tg} 26^\circ = \frac{a}{120} \rightarrow a = 120(\operatorname{tg} 26^\circ) = 58,53 \text{ metros}$$

$$c = b - a = 93,75 - 58,75 = 35,22 \text{ metros}$$

Ejercicio 5

Modelo A:				Modelo B:			
$\underline{X_i}$	3	4	5	$\underline{X_i}$	1	5	6
$\underline{F_i}$	6	10	4	$\underline{F_i}$	8	3	9

Modelo A:

$$\text{Media} = \bar{X} = \frac{\sum X_i \cdot f_i}{n} = \frac{6 \cdot 3 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 4}{20} = \frac{78}{20} = 3,9 \text{ personas por piso.}$$

Moda = 4. Es el valor que más se repite, se repite 10 veces (frecuencia absoluta).

Mediana = 4. Es el valor que deja a la derecha y a la izquierda el 50%, al ser una serie impar, cogemos el que ocupa la posición 10, que corresponde al 4.

Modelo B:

$$\text{Media} = \bar{X} = \frac{\sum X_i \cdot f_i}{n} = \frac{1 \cdot 8 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 9}{20} = \frac{77}{20} = 3,85 \text{ personas por piso.}$$

Moda = 6. Es el valor que más se repite, se repite 9 veces (frecuencia absoluta).

Mediana = 5. Es el valor que deja a la derecha y a la izquierda el 50%, al ser una serie impar, cogemos el que ocupa la posición 10, que corresponde al 5.