

## Ficha 02

### 1. RECORDAD

Ecuación de 2º grado: 
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a}$$

Expresiones notables:

Cuadrado de la suma:  $(x + y)^2 = (x + y)(x + y) = x^2 + 2xy + y^2$   
Cuadrado de la diferencia:  $(x - y)^2 = (x - y)(x - y) = x^2 - 2xy + y^2$   
Producto de una suma por una diferencia:  $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$  (diferencia de cuadrados)

### 2. SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DE LA FICHA ANTERIOR

#### PORCENTAJES

1

2018

1.- En un concesionario de coches hay un cartel que dice: "Oferta de la semana. Sin intereses. Llévase este coche dando una entrada del 25% de su valor y el resto pagando una cuota mensual de 390 euros durante tres años".

- Calcula el valor del coche. (1 punto)
- Manteniendo las mismas condiciones y dando una entrada del 35%, ¿a cuánto ascendería la cuota mensual? (1 punto)

a) Precio del coche =  $x = 0,25 \cdot x + 3 \cdot 12 \cdot 390 = 0,25 \cdot x + 14040$   
 $x - 0,25x = 14040$   
 $(1 - 0,25)x = 14040$   
 $0,75x = 14040 \quad x = 14040 / 0,75 = 18720 \text{ €}$

b) Precio del coche = 18720  
Entrada 35% =  $0,35 \cdot 18720 = 6552 \text{ €}$   
3 años =  $3 \cdot 12 = 36$  meses  
Cuota mensual =  $x$   
Resto que falta por pagar =  $18720 - \text{entrada} = 18720 - 6552 = 12168 \text{ €}$   
 $12168 = 36x \quad x = 12168 / 36 = 338 \text{ €}$

2

2017

1. En una empresa, la directora de recursos humanos busca una persona responsable de tienda. De las personas que se presentan para el puesto, el 21% son mujeres. La tercera parte de los hombres y una de cada cinco mujeres cumplen los requisitos. El total de no cualificados para el puesto es de 1042 personas.

- ¿Cuántas personas se presentan? (1,5 puntos)
- ¿Cuántas mujeres hay cualificadas para el puesto? (0,5 puntos)

a) Nº de personas que se presentan =  $x$   
Nº de mujeres =  $0,21x$

$$\begin{aligned} \text{N}^\circ \text{ de hombres} &= x - 0,21x = (1-0,21)x = 0,79x \\ \text{N}^\circ \text{ de hombres que cumplen los requisitos} &= 0,79x / 3 \\ \text{N}^\circ \text{ de mujeres que cumplen los requisitos} &= 0,21x / 5 \\ \text{N}^\circ \text{ de personas que cumplen los requisitos} &= 1042 \\ \text{Luego: } &0,79x / 3 - 0,21x / 5 = 1042 && \text{mcm (3,5)} = 15 \\ &5 \cdot 0,79x / 15 - 3 \cdot 0,21x / 15 = 1042 \\ &3,95x / 15 - 0,63x / 15 = 1042 \\ &0,263x - 0,042x = 1042 \\ &0,221x = 1042 \\ &x = 1042 / 0,221 = 4715 \end{aligned}$$

b)  $\text{N}^\circ \text{ de mujeres que cumplen los requisitos} = 0,21x / 5 = 0,21 \cdot 4715 / 5 = 198$

3  
**2015**

**Pregunta 1** a) Por cada diez baños abonados en una piscina, regalan uno más; es decir, en total son once los baños. Calcula razonadamente el porcentaje de descuento que están aplicando al regalar ese baño.

b) En una tienda de electrodomésticos celebran "el día sin IVA". Es decir, venden los productos rebajados al precio que tenían antes de cargarles el 21% en concepto de IVA. Averigua cuánto habrá que pagar por un televisor que está a la venta, con IVA incluido, por 847 €.

a) Precio de un baño = x  
Pagamos 10 baños (o sea 10x) pero nos dan 11 baños, con lo que cada baño nos cuesta  $10x/11$   
 $10x/11 = (10/11)x = 0,91x$   
Si pagamos  $0,91x$  es que nos descuentan el resto, o sea  $1-0,91 = 0,09$  que en porcentaje es un 9%.

b) Precio del TV sin IVA = x  
Precio del TV con IVA = 847 €  
Precio del IVA =  $0,21x$   
 $x + 0,21x = 847 \quad 1,21x = 847 \quad x = 847 / 1,21 = 700 \text{ €}$

4  
**2014**

1.- a) En un establecimiento aplicaron sobre un producto un descuento del 25% y, posteriormente, sobre este precio rebajado, aplicaron otro descuento del 16%. Calcula el precio que costaba originalmente un producto que con los dos descuentos se quedó en 189 euros.

b) Cuando una balsa de riego está llena hasta sus  $3/7$  partes, todavía le faltan  $258 \text{ m}^3$  para que quede completamente llena. Calcula la capacidad total de esta balsa.

a) Precio del producto = x  
 $1^{\text{a}}$  rebaja del 25% =  $0,25x$   
Precio con la  $1^{\text{a}}$  rebaja =  $x - 0,25x = (1-0,25)x = 0,75x$   
 $2^{\text{a}}$  rebaja sobre el precio anterior del 16% =  $0,16 \cdot 0,75x = 0,12x$   
Precio con las dos rebajas =  $x - 0,25x - 0,12x$  y esto es igual a 189 €  
 $x - 0,25x - 0,12x = 189 \quad (1-0,25-0,12)x = 189 \quad 0,63x = 189 \quad x = 189/0,63 = 300 \text{ €}$

b) Capacidad de la balsa =  $x \text{ m}^3$   
Lo que tiene =  $3/7 x$   
Lo que le falta para el total =  $258 \text{ m}^3$   
Lo que cabe en la balsa menos lo que tiene será igual a lo que le falta:  
 $x - 3/7 x = 258 \quad 7x/7 - 3x/7 = 258 \quad (7x-3x) / 7 = 258 \quad 4x/7 = 258 \quad 4x = 7 \cdot 258$   
 $4x = 1806 \quad x = 1806 / 4 = 451,5 \text{ m}^3$

5  
**2013**

1. Compramos 100 kg de café por 485 euros. Tostarlos cuesta 95 euros, produciéndose una merma de 1/5 de su peso.

a) Si vendemos todo el café tostado, ¿cuál será el precio del kilo para obtener un beneficio del 12%?

b) Si vendemos el café tostado y fijamos su precio en 8 euros/kilo ¿cuál será el porcentaje de beneficio previsto? En este caso, ¿cuántos kg deberíamos vender, como mínimo, para no tener pérdidas?

a) Si tenemos 100 kg y al tostarlos pierde 1/5:  $1/5 \cdot 100 = 100/5 = 20$  kg

Luego al tostarlo quedan:  $100 - 20 = 80$  kg tostado.

Hemos gastado 485 del precio y 95 de tostarlo. O sea  $485 + 95 = 580$  €

Si queremos un beneficio del 12% =  $0,12 \cdot 580 = 69,6$  €

Luego el total es:  $580 + 69,6 = 649,6$  € que entre los 80 kg da:  $649,6 / 80 = 8,12$  €/kg

b) Tenemos 80 kg de café tostado  $\times 8$  €/kg = 640 €

El coste fue de 580 €

Beneficio:  $640 - 580 = 60$  €

Regla de 3: 580 (coste) ----- 60 (beneficio)

100 ----- x

$$x = (60 \cdot 100) / 580 = 10,34 \%$$

Para no tener pérdidas debemos vender el equivalente al coste (580 €)

Como el precio es de 8 €/kg  $580/8 = 72,5$  kg

## ECUACIONES

6

2018

2.- Resuelve la siguiente ecuación: (2 puntos)

$$4x^2 - 12 = \frac{(5x-3) \cdot (5x+3)}{x^2}$$

$$(4x^2 - 12) \cdot x^2 = (5x-3)(5x+3)$$

$$4x^2 \cdot x^2 - 12x^2 = (5x)^2 - 3^2$$

$$4x^4 - 12x^2 = 5^2x^2 - 3^2$$

$$4x^4 - 12x^2 = 25x^2 - 9$$

$$4x^4 - 12x^2 - 25x^2 + 9 = 0$$

$$4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$$

$$x^4 = y^2 \quad x^2 = y$$

$$4y^2 - 37y + 9 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a}$$

$$y = (37 \pm \sqrt{37^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9}) / 2 \cdot 4 = (37 \pm \sqrt{1225}) / 2 \cdot 4 = (37 \pm 35) / 2 \cdot 4 =$$

$$= (37 \pm 35) / 8 = 2 \text{ soluciones: } y = (37 + 35) / 8 = 72/8 = 9$$

$$y = (37 - 35) / 8 = 2/8 = 1/4$$

$$\text{Como } x^2 = y \quad x^2 = 9$$

$$x = \sqrt{9} = 3$$

$$x = \sqrt{1/4} = 1/2$$

7

2017

2. Resuelve la ecuación:  $\sqrt{6-6x}+2=2x$  (2 puntos)

$$\sqrt{6-6x} = 2x - 2$$

$$(\sqrt{6-6x})^2 = (2x - 2)^2$$

$$6 - 6x = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 2 + 2^2$$

$$6 - 6x = 4x^2 - 8x + 4$$

$$6 - 6x - 4x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$-4x^2 + 8x - 6x - 4 + 6 = 0$$

$$-4x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$\text{Se cambia de signo: } 4x^2 - 2x - 2 = 0$$

Se divide por 2:

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a}$$

$$x = (1 \pm \text{raíz de } (1-4 \cdot 2 \cdot -1)) / 2 \cdot 2 = (1 \pm \text{raíz de } (1+8)) / 4 = (1 \pm \text{raíz de } 9) / 4 =$$

$$(1 \pm 3) / 4 =$$

$$2 \text{ soluciones: } x = (1+3)/4 = 4/4 = 1$$

$$x = (1-3)/4 = -2/4 = -1/2$$

8

2014

2.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3(2x+y)}{2} = -6 \\ \frac{x}{2} - \frac{x-y}{5} = -1 \end{array} \right\}$$

**Operamos en ambas ecuaciones:**

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} & 6x + 3y = 2(-6) & 6x + 3y = 2(-6) & 6x + 3y = -12 & 2x + y = -4 \\ \text{(b)} & 5x - 2(x-y) = 10(-1) & 5x - 2x + 2y = -10 & & 3x + 2y = -10 \end{array}$$

Despejamos y en la ecuación (a):  $y = -4 - 2x$   
 Sustituimos en la otra (b):  $3x + 2y = -10$      $3x + 2(-4-2x) = -10$      $3x - 8 - 4x = -10$   
 $3x - 4x = -10 + 8$      $-x = -2$      $x = 2$   
 $y = -4 - 2x = -4 - 2 \cdot 2 = -8$

9  
2013

2.

a) Resuelve la ecuación:

$$\frac{-18}{x^2 - 11} = x^2$$

b) Cuando un senderista lleva recorridos los 3/7 de un camino aún le quedan 11,6 km por recorrer. Calcula razonadamente la longitud del camino.

a)

$$\begin{array}{llll} -18 / (x^2 - 11) = x^2 & -18 = x^2 \cdot (x^2 - 11) & -18 = x^4 - 11x^2 & 0 = x^4 - 11x^2 + 18 \\ x^4 - 11x^2 + 18 = 0 & x^4 = y^2 & x^2 = y & \end{array}$$

$$y^2 - 11y + 18 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a}$$

$$\begin{array}{l} y = (11 \pm \text{raíz de } (11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18)) / 2 \cdot 1 = (11 \pm \text{raíz de } (121 - 72)) / 2 = \\ (11 \pm \text{raíz de } (49)) / 2 = (11 \pm 7) / 2 \\ \text{2 soluciones: } x = (11+7) / 2 = 18/2 = 9 \\ x = (11-7) / 2 = 4/2 = 2 \end{array}$$

b) Longitud del camino = x km

$$\begin{array}{llll} x = 3/7 \cdot x + 11,6 & x - 3/7 \cdot x = 11,6 & 4/7 \cdot x = 11,6 & 4x = 7 \cdot 11,6 & 4x = 81,2 \\ & & x = 81,2/4 = 20,3 \text{ km} & & \end{array}$$

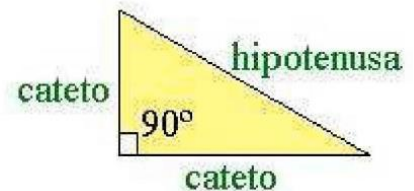
### 3. EXPLICACIÓN

#### Teorema de Pitágoras.

Recordemos que un ángulo recto es aquel que mide 90°. Un triángulo se llama **triángulo rectángulo** cuando uno de sus ángulos es recto. En estos triángulos se denomina **hipotenusa** al mayor de los tres lados; a los otros dos lados menores se les denomina **catetos**.

En estos triángulos se cumple la siguiente propiedad: "El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos". Si llamamos a la longitud de la hipotenusa h, a la de un cateto "a" y a la del otro "b", se cumple:  $h^2 = a^2 + b^2$

Ese enunciado se conoce con el nombre de **Teorema de Pitágoras**. Fue descubierto posiblemente por un discípulo de un filósofo y matemático griego del siglo VI antes de Cristo llamado Pitágoras.



**Ejemplo de aplicación:**

Si un triángulo rectángulo tiene de hipotenusa 26 cm y uno de los catetos 10 cm ¿Cuánto mide el otro cateto?

Escribimos la expresión del teorema de Pitágoras:  $h^2 = a^2 + b^2$

Sustituyendo:  $26^2 = 10^2 + b^2$        $676 = 100 + b^2$        $676 - 100 = b^2$        $576 = b^2$        $b = \text{raíz de } 576$   
 $= 24 \text{ cm}$

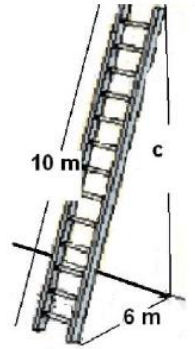
El teorema nos permite resolver muchos problemas de aplicación práctica.

**Ejemplo:**

Una escalera de 10 metros de longitud está apoyada sobre la pared. El pie de la escalera dista 6 metros de la pared. ¿Qué altura alcanza la escalera sobre la pared?

Aplicando el Teorema de Pitágoras  $h^2 = a^2 + b^2$

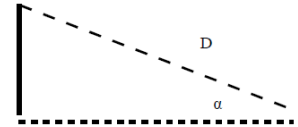
Sustituyendo:  $10^2 = 6^2 + c^2$        $100 - 36 = c^2$        $64 = c^2$        $c = 8 \text{ metros}$



## 4. EJERCICIOS DE EXÁMENES

2014

En una determinada hora, un poste de 5 metros de altura proyecta una sombra que mide 12 metros. Coloca estos datos en el dibujo y Calcula la distancia, D, desde la parte más alta del poste al extremo más alejado de su sombra.



2011

Al apoyar una escalera de 3 metros en una pared, su extremo superior alcanza una altura de 2,7 metros. Calcula: La distancia del pie de la escalera a la pared.

## 5. REPASO: EJERCICIOS DE EXÁMENES

2011-1

Las  $\frac{3}{4}$  partes de las plazas de un avión son de clase preferente y el resto de clase turista. El 40% de las plazas de clase preferente y el 70% de las de clase turista están ocupadas y el resto vacías. Si el total de plazas ocupadas son 228. ¿Cuál es el número total de plazas del avión?

2011-2

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$(x - 1)(3 + x) = -3(5y + 4) + x^2$$
$$\frac{3x + y}{2} = \frac{2x - y + 5}{3}$$