

Ficha 03

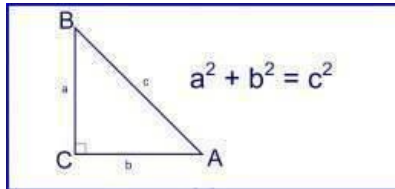
1. RECORDAD

Ecuación de 2º grado:
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a}$$

Expresiones notables:

Cuadrado de la suma: $(x + y)^2 = (x + y)(x + y) = x^2 + 2xy + y^2$
 Cuadrado de la diferencia: $(x - y)^2 = (x - y)(x - y) = x^2 - 2xy + y^2$
 Producto de una suma por una diferencia: $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$ (diferencia de cuadrados)

Teorema de Pitágoras:



2. SOLUCIONES A EJERCICIOS ANTERIORES. HAY MUCHOS PENDIENTES, LOS IREMOS VIENDO POCO A POCO PARA QUE SIRVA DE REPASO

PORCENTAJES

2015

Pregunta 1 a) Por cada diez baños abonados en una piscina, regalan uno más; es decir, en total son once los baños. Calcula razonadamente el porcentaje de descuento que están aplicando al regalar ese baño.

b) En una tienda de electrodomésticos celebran "el día sin IVA". Es decir, venden los productos rebajados al precio que tenían antes de cargarles el 21% en concepto de IVA. Averigua cuánto habrá que pagar por un televisor que está a la venta, con IVA incluido, por 847 €.

- a) Precio de un baño = x
 Pagamos 10 baños (o sea $10x$) pero nos dan 11 baños, con lo que cada baño nos cuesta $10x/11$
 $10x/11 = (10/11)x = 0,91x$
 Si pagamos $0,91x$ es que nos descuentan el resto, o sea $1 - 0,91 = 0,09$ que en porcentaje es un 9%.
- b) Precio del TV sin IVA = x
 Precio del TV con IVA = 847 €
 Precio del IVA = $0,21x$
 $x + 0,21x = 847$ $1,21x = 847$ $x = 847 / 1,21 = 700$ €

2014

1.- a) En un establecimiento aplicaron sobre un producto un descuento del 25% y, posteriormente, sobre este precio rebajado, aplicaron otro descuento del 16%. Calcula el precio que costaba originalmente un producto que con los dos descuentos se quedó en 189 euros.

b) Cuando una balsa de riego está llena hasta sus $\frac{3}{7}$ partes, todavía le faltan 258 m^3 para que quede completamente llena. Calcula la capacidad total de esta balsa.

- a) Precio del producto = x
 1^{a} rebaja del 25% = $0,25x$
 Precio con la 1^{a} rebaja = $x - 0,25x = (1-0,25)x = 0,75x$
 2^{a} rebaja sobre el precio anterior del 16% = $0,16 \cdot 0,75x = 0,12x$
 Precio con las dos rebajas = $x - 0,25x - 0,12x$ y esto es igual a 189 €
 $x - 0,25x - 0,12x = 189 \quad (1-0,25-0,12)x = 189 \quad 0,63x = 189 \quad x = 189/0,63 = 300 \text{ €}$
- b) Capacidad de la balsa = $x \text{ m}^3$
 Lo que tiene = $\frac{3}{7}x$
 Lo que le falta para el total = 258 m^3
 Lo que cabe en la balsa menos lo que tiene será igual a lo que le falta:
 $x - \frac{3}{7}x = 258 \quad \frac{7x}{7} - \frac{3x}{7} = 258 \quad (7x-3x) / 7 = 258 \quad 4x/7 = 258 \quad 4x = 7.258$
 $4x = 1806 \quad x = 1806 / 4 = 451,5 \text{ m}^3$

ECUACIONES

2013

2.

a) Resuelve la ecuación:

$$\frac{-18}{x^2 - 11} = x^2$$

b) Cuando un senderista lleva recorridos los $\frac{3}{7}$ de un camino aún le quedan 11,6 km por recorrer. Calcula razonadamente la longitud del camino.

a)

$$-18 / (x^2 - 11) = x^2 \quad -18 = x^2 \cdot (x^2 - 11) \quad -18 = x^4 - 11x^2 \quad 0 = x^4 - 11x^2 + 18$$

$$x^4 - 11x^2 + 18 = 0 \quad x^4 = y^2 \quad x^2 = y$$

$$y^2 - 11y + 18 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a}$$

$$y = (11 \pm \text{raíz de } (11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18)) / 2 \cdot 1 = (11 \pm \text{raíz de } (121 - 72)) / 2 =$$

$$(11 \pm \text{raíz de } (49)) / 2 = (11 \pm 7) / 2$$

2 soluciones: $x = (11+7) / 2 = 18/2 = 9$
 $x = (11-7) / 2 = 4/2 = 2$

b) Longitud del camino = $x \text{ km}$

$$x = \frac{3}{7}x + 11,6 \quad x - \frac{3}{7}x = 11,6 \quad \frac{4}{7}x = 11,6 \quad 4x = 7 \cdot 11,6 \quad 4x = 81,2$$

$$x = 81,2/4 = 20,3 \text{ km}$$

2011

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$(x - 1)(3 + x) = -3(5y + 4) + x^2$$

$$\frac{3x + y}{2} = \frac{2x - y + 5}{3}$$

$$3x - 3 + x^2 - x = -3.5y - 3.4 + x^2$$

$$2x + 15y = -9$$

$$3x - 3 + x^2 - x = -15y - 12 + x^2$$

$$3x + x^2 - x + 15y - x^2 = -12 + 3$$

$$3(3x + y) = 2(2x - y + 5)$$

$$5x + 5y = 10$$

$$9x + 3y = 4x - 2y + 10$$

$$x + y = 2$$

$$9x - 4x + 3y + 2y = 10$$

$$2x + 15y = -9$$

$$x + y = 2$$

$$x = 2 - y$$

$$2(2 - y) + 15y = -9$$

$$4 - 2y + 15y = -9$$

$$-2y + 15y = -9 - 4$$

$$13y = -13$$

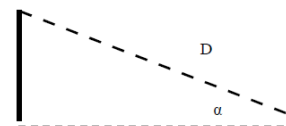
$$y = (-13) / 13 = -1$$

$$x = 2 - y = 2 - (-1) = 2 + 1 = 3$$

TEOREMA DE PITÁGORAS

2014

En una determinada hora, un poste de 5 metros de altura proyecta una sombra que mide 12 metros. Coloca estos datos en el dibujo y Calcula la distancia, D, desde la parte más alta del poste al extremo más alejado de su sombra.



$$D^2 = a^2 + b^2 \quad D^2 = 5^2 + 12^2$$

$$D = \text{raíz de } 169 = 13 \text{ m}$$

$$D^2 = 25 + 144$$

$$D^2 = 25 + 144$$

$$D^2 = 169$$

2011

Al apoyar una escalera de 3 metros en una pared, su extremo superior alcanza una altura de 2,7 metros. Calcula: La distancia del pie de la escalera a la pared.

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad 3^2 = a^2 + (2,7)^2$$

$$9 = a^2 + 7,29$$

$$a^2 = 9 - 7,29 = 2,29$$

$$a = \text{raíz de } 2,29 = 1,51 \text{ m}$$

3. EXPLICACIÓN

GEOMETRÍA

Las unidades utilizadas para la medida de los ángulos del plano son:

- Radián
- Grado centesimal (se usa poco)
- Grado sexagesimal

El radián

El radián es la unidad de ángulo plano en el Sistema Internacional de Unidades.

Representa el ángulo central en una circunferencia que subtiende un arco cuya longitud es igual a la del radio. Su símbolo es *rad*.

El ángulo completo de una circunferencia de radio r , es 2π radianes

Hay que recordar que la longitud de la circunferencia $L = 2\pi r$

El grado sexagesimal

El grado sexagesimal, como unidad del sistema de medida de ángulos sexagesimal, está definido partiendo de que un ángulo recto tiene 90° (90 grados sexagesimales),

- 1 ángulo recto = 90° (grados sexagesimales)
- 1 grado sexagesimal = $60'$ (minutos sexagesimales)
- 1 minuto sexagesimal = $60''$ (segundos sexagesimales)

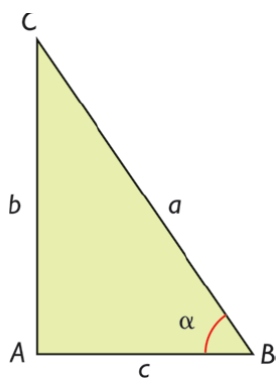
Relación entre radianes y grados sexagesimales

Se parte de la base de que una circunferencia completa tiene 2π radianes, y que una circunferencia tiene 360° sexagesimales, luego tenemos:

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

$$90^\circ = \pi/2 \text{ rad}$$



La trigonometría es la parte de las Matemáticas que se encarga del estudio de las relaciones que existen entre los ángulos y los lados de un triángulo. Estas relaciones se aplican para resolver muchas situaciones de la vida cotidiana.

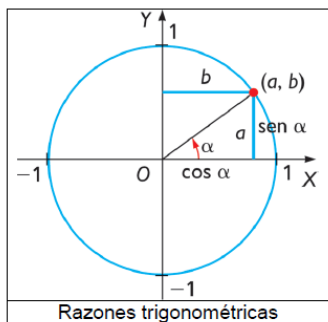
Razones trigonométricas de un ángulo agudo

Dado el ángulo α

$$\text{Seno de } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto de } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{Coseno de } \alpha = \frac{\text{cateto contiguo de } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

$$\text{Tangente de } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto de } \alpha}{\text{cateto contiguo de } \alpha} = \frac{b}{c}$$



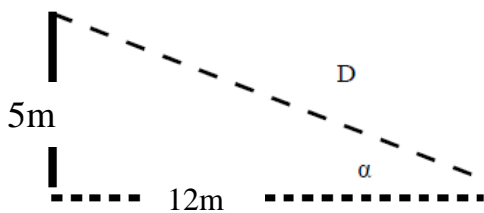
Para saberse las razones trigonométricas de los ángulos más notables nos apoyamos en una circunferencia de radio = 1, el seno está representado por la vertical y el coseno por la horizontal. Así, tenemos:

$$\begin{aligned} \text{sen } 0^\circ &= 0 & \text{cos } 0^\circ &= 1 \\ \text{sen } 90^\circ &= 1 & \text{cos } 90^\circ &= 0 \\ \text{sen } 180^\circ &= 0 & \text{cos } 180^\circ &= -1 \end{aligned}$$

Ejemplo. 2014

En una determinada hora, un poste de 5 metros de altura proyecta una sombra que mide 12 metros. Coloca estos datos en el dibujo y:

1. Calcula la distancia, D, desde la parte más alta del poste al extremo más alejado de su sombra.
2. Calcula el ángulo α formado por la sombra y el segmento D.
3. En ese mismo momento, se observó que la sombra proyectada por otro poste próximo medía 7'2 metros. Calcula la altura del poste.

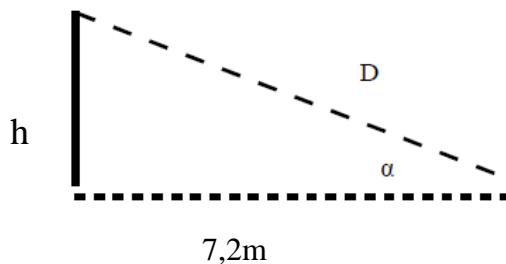


$$\begin{aligned} 1. & \\ h &= 5 \text{ m} & s &= 12 \text{ m} \\ D^2 &= a^2 + b^2 & D^2 &= 5^2 + 12^2 & D^2 &= 25 + 144 & D^2 &= 25 + 144 \\ & & D^2 &= 169 & D &= \text{raíz de } 169 = 13 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. & \\ \text{sen } \alpha &= \text{cateto opuesto} / \text{hipotenusa} = 5 / 13 = 0,3846 \\ \alpha &\text{ es el ángulo cuyo sen es } 0,3846 \\ &\text{Se hace con calculadora: es la función inversa del "sen" (sen}^{-1}\text{)} \end{aligned}$$

Suele ser la función "SIHFT" "sin"
 $\text{sen}^{-1}(0,3846) = 22,6^\circ$

$$\begin{aligned} 3 & \\ &\text{Se supone que lo miramos bajo el mismo ángulo} \\ &\text{Usamos la tangente:} \\ \text{tg } 22,6^\circ &= \text{cateto opuesto} / \text{cateto contiguo} \\ 0,416 &= h / 7,2 & h &= 0,416 \cdot 7,2 = 3 \text{ m} \end{aligned}$$



4. EJERCICIOS DE EXÁMENES DE LO NUEVO

2018. Desde cierto punto del suelo vemos la punta de una antena formando un ángulo de 30° con la horizontal. Si nos alejamos en línea recta 50 metros del citado punto, se ve bajo un ángulo de 15° . Haz un dibujo que represente esta situación y calcula la altura de la torre.

5. EJERCICIOS DE EXÁMENES DE REPASO

2013

1. Compramos 100 kg de café por 485 euros. Tostarlos cuesta 95 euros, produciéndose una merma de $\frac{1}{5}$ de su peso.

a) Si vendemos todo el café tostado, ¿cuál será el precio del kilo para obtener un beneficio del 12%?

b) Si vendemos el café tostado y fijamos su precio en 8 euros/kilo ¿cuál será el porcentaje de beneficio previsto? En este caso, ¿cuántos kg deberíamos vender, como mínimo, para no tener pérdidas?

2012

Ejercicio 1.

a) Resuelve la ecuación: $\sqrt{2x - 8} - x = -4$

b) El 12% de una cantidad más el 18% de su mitad suman 966. ¿Cuál era la cantidad inicial?