

## Ficha 04

### 1. RECORDAD

Ecuación de 2º

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a}$$

grado:

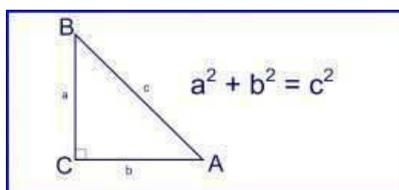
Expresiones notables:

Cuadrado de la suma:  $(x + y)^2 = (x + y)(x + y) = x^2 + 2xy + y^2$

Cuadrado de la diferencia:  $(x - y)^2 = (x - y)(x - y) = x^2 - 2xy + y^2$

Producto de una suma por una diferencia:  $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$  (diferencia de cuadrados)

Teorema de Pitágoras:



### GEOMETRÍA

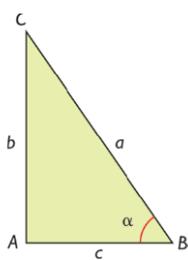
Aunque en el Sistema Internacional los ángulos se miden en radianes (**rad**) estamos habituados a usar los ° (grados sexagesimales)

El ángulo completo de una circunferencia de radio  $r$ , es  $2\pi$  radianes

1 circunferencia =  $360^\circ = 2\pi$  rad

Media circunferencia =  $180^\circ = \pi$  rad

1 ángulo recto =  $90^\circ = \pi/2$  rad



#### Razones trigonométricas de un ángulo agudo

Dado el ángulo  $\alpha$

$$\text{Seno de } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto de } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{Coseno de } \alpha = \frac{\text{cateto contiguo de } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

$$\text{Tangente de } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto de } \alpha}{\text{cateto contiguo de } \alpha} = \frac{b}{c}$$

$$\begin{array}{ll} \text{sen } 0^\circ = 0 & \text{cos } 0^\circ = 1 \\ \text{sen } 90^\circ = 1 & \text{cos } 90^\circ = 0 \\ \text{sen } 180^\circ = 0 & \text{cos } 180^\circ = -1 \end{array}$$

## 2. SOLUCIONES A EJERCICIOS ANTERIORES

### PORCENTAJES

2013

1. Compramos 100 kg de café por 485 euros. Tostarlos cuesta 95 euros, produciéndose una merma de 1/5 de su peso.

a) Si vendemos todo el café tostado, ¿cuál será el precio del kilo para obtener un beneficio del 12%?

b) Si vendemos el café tostado y fijamos su precio en 8 euros/kilo ¿cuál será el porcentaje de beneficio previsto? En este caso, ¿cuántos kg deberíamos vender, como mínimo, para no tener pérdidas?

a) Si tenemos 100 kg y al tostarlos pierde 1/5:  $1/5 \cdot 100 = 100/5 = 20$  kg

Luego al tostarlo quedan:  $100 - 20 = 80$  kg tostado.

Hemos gastado 485 del precio y 95 de tostarlo. O sea  $485 + 95 = 580$  €

Si queremos un beneficio del 12% =  $0,12 \cdot 580 = 69,6$  €

Luego el total es:  $580 + 69,6 = 649,6$  € que entre los 80 kg da:  $649,6 / 80 = 8,12$  €/kg

b) Tenemos 80 kg de café tostado x 8 €/kg = 640 €

El coste fue de 580 €

Beneficio:  $640 - 580 = 60$  €

Regla de 3: 580 (coste) ----- 60 (beneficio)

100 ----- x

$$x = (60 \cdot 100) / 580 = 10,34 \%$$

Para no tener pérdidas debemos vender el equivalente al coste (580 €)

Como el precio es de 8 €/kg  $580/8 = 72,5$  kg

2011

Las 3/4 partes de las plazas de un avión son de clase preferente y el resto de clase turista. El 40% de las plazas de clase preferente y el 70% de las de clase turista están ocupadas y el resto vacías. Si el total de plazas ocupadas son 228. ¿Cuál es el número total de plazas del avión?

Nº total de plazas del avión = x

Nº de plazas de clase preferente =  $3/4 x = 0,75x$

Nº de plazas de clase turista (el resto) =  $x - 0,75x = (1 - 0,75)x = 0,25x$

Nº de plazas de preferente ocupadas = 40% =  $0,40 \cdot 0,75x = 0,3x$

Nº de plazas de turista ocupadas = 70% =  $0,70 \cdot 0,25x = 0,175x$

Nº total de plazas ocupadas =  $0,3x + 0,175x$

$228 = 0,3x + 0,175x$

$228 = 0,475x$

$x = 228 / 0,475 = 480$  plazas

## ECUACIONES

2012

Ejercicio 1.

a) Resuelve la ecuación:  $\sqrt{2x - 8} - x = -4$

b) El 12% de una cantidad más el 18% de su mitad suman 966. ¿Cuál era la cantidad inicial?

a) raíz  $(2x - 8) - x = -4$

$$(\text{raíz } (2x - 8))^2 = (x - 4)^2$$

$$2x - 8 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2$$

$$-x^2 + 10x - 24 = 0$$

raíz  $(2x - 8) = -4 + x$

$$(2x - 8) = (x - 4)^2$$

$$2x - 8 = x^2 - 8x + 16$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

raíz  $(2x - 8) = x - 4$

$$2x - 8 = (x - 4)^2$$

$$2x - 8 - x^2 + 8x - 16 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a}$$

$$x = (10 \pm \text{raíz de } (10^2 - 4 \cdot 24)) / 2 = (10 \pm \text{raíz de } (100 - 96)) / 2 =$$

$$(10 \pm \text{raíz de } (4)) / 2 = (10 \pm 2) / 2 = (10 \pm 2) / 2 =$$

$$2 \text{ soluciones: } x = (10+2)/2 = 12/2 = 6$$

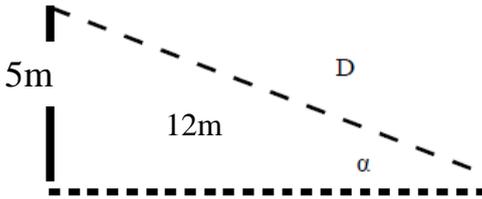
$$x = (10-2)/2 = 8/2 = 4$$

## GEOMETRÍA

**2014**

En una determinada hora, un poste de 5 metros de altura proyecta una sombra que mide 12 metros. Coloca estos datos en el dibujo y:

1. Calcula la distancia, D, desde la parte más alta del poste al extremo más alejado de su sombra.
2. Calcula el ángulo  $\alpha$  formado por la sombra y el segmento D.
3. En ese mismo momento, se observó que la sombra proyectada por otro poste próximo medía 7'2 metros. Calcula la altura del poste.



$$1. \quad h = 5 \text{ m} \quad s = 12 \text{ m}$$

$$D^2 = a^2 + b^2 \quad D^2 = 5^2 + 12^2 \quad D^2 = 25 + 144 \quad D^2 = 25 + 144$$

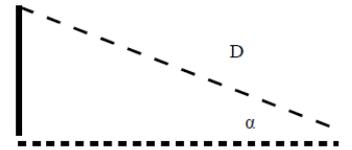
$$D^2 = 169 \quad D = \text{raíz de } 169 = 13 \text{ m}$$

$$2. \quad \text{sen } \alpha = \text{cateto opuesto} / \text{hipotenusa} = 5 / 13 = 0,3846$$

$\alpha$  es el ángulo cuyo sen es 0,3846

Se hace con calculadora: es la función inversa del "sen" ( $\text{sen}^{-1}$ )

$$\text{sen}^{-1}(0,3846) = 22,6^\circ$$



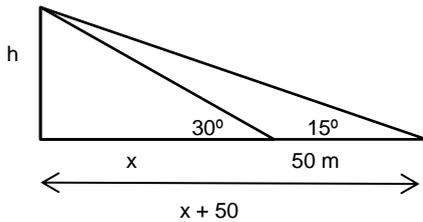
Suele ser la función "SIHFT" "sin"

3. Se supone que lo miramos bajo el mismo ángulo. Usamos la tangente:

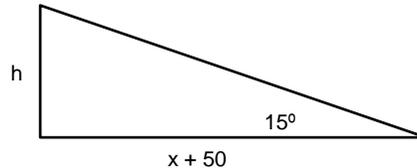
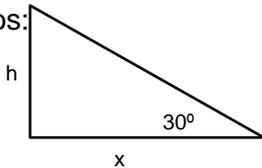
$$\text{tg } 22,6^\circ = \text{cateto opuesto} / \text{cateto contiguo}$$

$$0,416 = h / 7,2 \quad h = 0,416 \cdot 7,2 = 3 \text{ m}$$

**2018.** Desde cierto punto del suelo vemos la punta de una antena formando un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Si nos alejamos en línea recta 50 metros del citado punto, se ve bajo un ángulo de  $15^\circ$ . Haz un dibujo que represente esta situación y calcula la altura de la torre.



Hay dos triángulos:



De la hipotenusa no sabemos nada, pero sí de los catetos. Aplicamos la tangente para cada uno de los ángulos por separado.

$$\text{tg } 30^\circ = h / x$$

$$\text{tg } 15^\circ = h / (x+50)$$

$$\text{tg } 30^\circ = 0,577$$

$$\text{tg } 15^\circ = 0,268$$

Sistema de ecuaciones:

$$0,577 = h / x$$

$$h = 0,577x$$

$$0,268 = h / (x+50)$$

$$0,268 = 0,577x / (x + 50)$$

$$0,268(x + 50) = 0,577x$$

$$0,268x + 0,268 \cdot 50 = 0,577x$$

$$0,268x + 13,4 = 0,577x$$

$$13,4 = 0,577x - 0,268x = 0,309x$$

$$13,4 = 0,309x$$

$$x = 13,4 / 0,309 = 43,4$$

$$h = 0,577x$$

$$h = 0,577 \cdot 43,4 = 25 \text{ m}$$

### 3. EXPLICACIÓN

## FUNCIONES Y GRÁFICAS

Expresión de una función en forma algebraica a partir de enunciados, tablas o de gráficas. Aspectos globales de una función. Utilización de las funciones como herramienta para la resolución de problemas y la interpretación de problemas

Función = Expresión algebraica de una ecuación

Una expresión algebraica es un conjunto de números y letras unidos mediante operaciones aritméticas. En la expresión algebraica se escribe la relación entre las dos magnitudes que intervienen.

**$y = f(x)$  es la expresión general de una función. Por ejemplo:  $y = 2x - 3$**

La relación entre las variables: a cada valor de  $x$  le corresponde un único valor de  $y$ .

Algebraicamente, una función se representa mediante una ecuación (ejemplo  $y = f(x) = x + 1$ ) donde están relacionadas las dos magnitudes

A las dos magnitudes las llamamos:

- Variable independiente es aquella cuyos valores se fijan previamente (se le suele simbolizar por  $x$ ).
- Variable dependiente es aquella cuyos valores dependen de la anterior (se le suele simbolizar por  $y$ ). Frecuentemente, en lugar de la letra  $y$  se utiliza la expresión  $f(x)$  para dar a entender que  $y$  efectivamente depende del valor de la  $x$ .

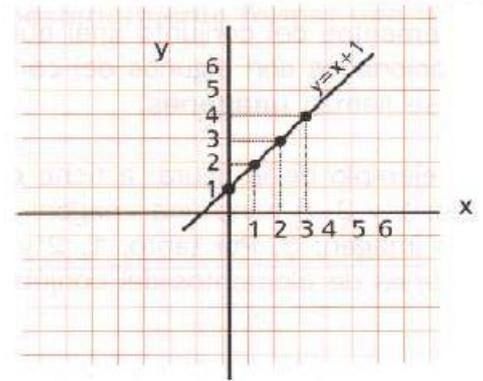
Ejemplo: El área de un polígono regular es función de la medida del lado.

variable independiente:  $x =$  longitud del lado

variable dependiente:  $y =$  área del polígono

### Expresión de una función mediante una gráfica

La gráfica de la función es la representación del conjunto de puntos que definen a la función. Una forma de representar una función es mediante una gráfica en un sistema de coordenadas cartesianas.



### Expresión de una función mediante un texto

El texto nos relaciona las dos variables

Esto es lo que suele salir en los exámenes.

## 4. EJERCICIOS DE EXÁMENES DE LO NUEVO

2018.

Un polideportivo ofrece a sus clientes dos tarifas diferentes, A y B, para acceder a la piscina. En la A se cobra 18 € mensuales fijos más 95 céntimos por cada baño y en la B, 2'15 € por baño.

a) Escribe las funciones que determinan el dinero a pagar cada mes en función de los baños realizados. (1 punto)

b) ¿Cuántos baños hay que realizar en un mes para pagar lo mismo en las dos tarifas? Si una persona quiere pagar lo menos posible, explica razonadamente qué opción ha de elegir según los baños que tiene previsto realizar. (1 punto)

Vemos que se relacionan dos variables: el precio de los baños (para cada tarifa) y el número de baños. Evidentemente el precio de los baños depende del número de baños. Luego la variable independiente es el número de baños ( $x$ ) y el precio es  $y$  o  $f(x)$  que es la variable dependiente (que depende de  $x$ ).

a) Tarifa A mensual:  $y = f(x) = 18 + 0,95 x$

Tarifa B mensual:  $y' = f(x) = 2,15 x$

b) la incógnita es el número de baños  $x$ . Si queremos pagar lo mismo, debemos igualar ambas funciones:

$$y = f(x) = 18 + 0,95 x$$

$$y' = f(x) = 2,15 x$$

$$18 + 0,95 x = 2,15 x$$

$$18 = 2,15 x - 0,95 x$$

$$18 = 1,2x$$

$$x = 18 / 1,2 = 15 \text{ baños}$$

Si por ejemplo quiere realizar 5 baños:

$$A: y = 18 + 0,95 x = 18 + 0,95 \cdot 5 = 18 + 4,75 = 22,75 \text{ €}$$

$$B: y' = 2,15 x = 2,15 \cdot 5 = 10,75 \text{ €}$$

Si por ejemplo quiere realizar 10 baños:

$$A: y = 18 + 0,95 x = 18 + 0,95 \cdot 10 = 18 + 9,5 = 27,5 \text{ €}$$

$$B: y' = 2,15 x = 2,15 \cdot 10 = 21,5 \text{ €}$$

Si por ejemplo quiere realizar 15 baños:

$$A: y = 18 + 0,95 x = 18 + 0,95 \cdot 15 = 32,25 \text{ €}$$

$$B: y' = 2,15 x = 2,15 \cdot 15 = 32,25 \text{ €}$$

Si por ejemplo quiere realizar 16 baños:

$$A: y = 18 + 0,95 \cdot 16 = 33,2 \text{ €}$$

$$B: y' = 2,15 \cdot 16 = 34,4 \text{ €}$$

Luego para menos de 15 baños sale más barata la tarifa B y para más de 15 baños sale más barata la tarifa A.

## 5. EJERCICIOS DE EXÁMENES DE REPASO

---

### PORCENTAJES

2012

El 12% de una cantidad más el 18% de su mitad suman 966. ¿Cuál era la cantidad inicial?

### ECUACIONES

Dentro de tres años mi edad será el cuadrado de la tercera parte de la edad que tenía hace 25 años. ¿Cuántos años tengo?

### GEOMETRÍA

2011

Al apoyar una escalera de 3 metros en una pared, su extremo superior alcanza una altura de 2,7 metros. Calcula:

- El ángulo que forma la escalera y el suelo.
- La distancia del pie de la escalera a la pared.

### FUNCIONES

2017

Una empresa de asistencia técnica de calderas de calefacción cobra una cantidad fija por el desplazamiento al domicilio más el importe por las horas de trabajo. Por una reparación de 3 horas en casa de Raúl han cobrado 144 € y por una de 1'5 horas en casa de Carmen, 94,5 €.

- Calcula la cantidad que se cobra en concepto de desplazamiento y la cantidad por hora de trabajo. (1,25 puntos)
- Escribe la función que nos da el dinero a pagar en función de las horas trabajadas. (0,75 puntos)