

Ficha 05

1. RECORDAD

Ecuación de 2º

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a}$$

grado:

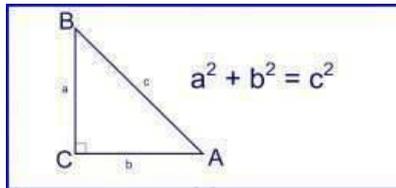
Expresiones notables:

Cuadrado de la suma: $(x + y)^2 = (x + y)(x + y) = x^2 + 2xy + y^2$

Cuadrado de la diferencia: $(x - y)^2 = (x - y)(x - y) = x^2 - 2xy + y^2$

Producto de una suma por una diferencia: $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$ (diferencia de cuadrados)

Teorema de Pitágoras:



GEOMETRÍA

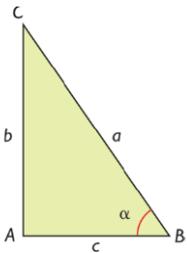
Aunque en el Sistema Internacional los ángulos se miden en radianes (**rad**) estamos habituados a usar los ° (grados sexagesimales)

El ángulo completo de una circunferencia de radio r , es 2π radianes

1 circunferencia = $360^\circ = 2\pi$ rad

Media circunferencia = $180^\circ = \pi$ rad

1 ángulo recto = $90^\circ = \pi/2$ rad



Razones trigonométricas de un ángulo agudo

Dado el ángulo α

$$\text{Seno de } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto de } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{Coseno de } \alpha = \frac{\text{cateto contiguo de } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

$$\text{Tangente de } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto de } \alpha}{\text{cateto contiguo de } \alpha} = \frac{b}{c}$$

$$\text{sen } 0^\circ = 0$$

$$\text{cos } 0^\circ = 1$$

$$\text{sen } 90^\circ = 1$$

$$\text{cos } 90^\circ = 0$$

$$\text{sen } 180^\circ = 0$$

$$\text{cos } 180^\circ = -1$$

Expresión de una función mediante un texto

El texto nos relaciona las dos variables. Por ejemplo: $y = f(x) = a + bx$, $y = 33 + 0,95x$

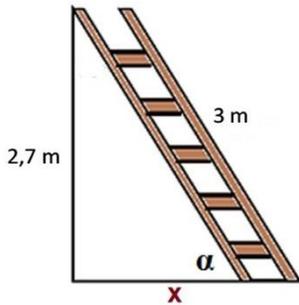
2. SOLUCIONES A EJERCICIOS ANTERIORES

GEOMETRÍA

2011

Al apoyar una escalera de 3 metros en una pared, su extremo superior alcanza una altura de 2,7 metros. Calcula:

- El ángulo que forma la escalera y el suelo.
- La distancia del pie de la escalera a la pared.



a) Como conocemos el cateto opuesto y la hipotenusa utilizaremos el seno.

$$\text{sen } \alpha = \text{cateto opuesto} / \text{hipotenusa} = 2,7 / 3 = 0,9$$

α es el ángulo cuyo sen es 0,9 (función inversa del sen)

$$\alpha = \text{sen}^{-1} 0,9 = 64,16^\circ$$

b) Ahora utilizamos el coseno y conocemos el ángulo

$$\text{cos } \alpha = x / 3 \quad \text{cos } 64,16^\circ = x / 3 \quad 0,24 = x / 3 \quad x = 0,24 \cdot 3 = 0,72 \text{ m}$$

3. EXPLICACIÓN

Logaritmos

A las operaciones, ya conocidas, de Adición, Sustracción, Multiplicación, División, Potenciación y Radicación, añadimos una nueva que llamamos **Logaritmación**. Los logaritmos fueron introducidos en las matemáticas con el propósito de facilitar, simplificar o incluso, hacer posible complicados cálculos numéricos. Utilizando logaritmos podemos convertir: productos en sumas, cocientes en restas, potencias en productos y raíces en cocientes.

Definición de Logaritmo: Se llama logaritmo en base “a” del número x al exponente “b” al que hay que elevar la base “a” para obtener dicho número x.

$$\log_a x = b \rightarrow a^b = x$$

Que se lee: "el logaritmo en base a del número x es b", o también: "el número b se llama logaritmo del número x respecto de la base a". Como podemos ver, un logaritmo no es otra cosa que un exponente, hecho que no debemos olvidar cuando trabajemos con logaritmos. La constante **a** es un número real positivo distinto de 1, y se denomina base del sistema de logaritmos. Es la función inversa de la función exponencial. La operación logaritmación (extracción de logaritmos, o tomar logaritmos) es siempre posible en el campo real cuando tanto la base **a** del logaritmo como el número **x** son positivos, (siendo, además, a distinto de 1)

Propiedades de los logaritmos

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a a^x = x$$

$$\log_a (U \cdot V) = \log_a U + \log_a V$$

$$\log_a (U/V) = \log_a U - \log_a V$$

$$\log_a (U^n) = n \cdot \log_a U$$

Logaritmos decimales:

Se llaman logaritmos decimales o vulgares a los logaritmos que tienen por base el número 10. (O sea $a = 10$). Al ser muy habituales no se suele escribir la base.

$$\log_{10} x = \log x$$

Las propiedades son las mismas (pero sin la base “a”)

Antilogaritmo:

Es el número que corresponde a un logaritmo dado. Consiste en el problema inverso al cálculo del logaritmo de un número.

$\log_a x = y \rightarrow \text{antilog}_a y = x$ es decir, consiste en elevar la base al número resultado.

Ecuaciones logarítmicas:

Aquella ecuación en la que la incógnita aparece sometida a la operación de logaritmación. La igualdad de los logaritmos de dos expresiones implica la igualdad de ambas (principio en el que se fundamenta la resolución de ecuaciones logarítmicas, también se llama "tomar antilogaritmos").

$$\log_a U = \log_a V \rightarrow U = V$$

Frecuentemente se resuelven aplicando las propiedades de los logaritmos antes enunciadas, en orden inverso, simplificando y realizando transformaciones oportunas.

Características Útiles:

Para $a > 1$ Los números menores que 1 tienen logaritmo negativo. Los números mayores que 1 tienen logaritmo positivo.

Ejemplos:

$$\log(2x-7) - \log(x-1) = \log(5)$$

$$\log \frac{(2x-7)}{(x-1)} = \log(5) \quad (2x-7)/(x-1) = 5 \quad (2x-7) = 5(x-1) \quad 2x-7 = 5x-5$$

$$2x-5x = 7-5 \quad -3x = 2 \quad x = -2/3$$

$$2^x = 128$$

$$\log 2^x = \log 128 \quad x \log 2 = \log 128 \quad x = \log 128 / \log 2 = 2,11 / 0,30 = 7,03$$

4. EJERCICIOS DE EXÁMENES DE LO NUEVO (Es de Acc UNI 2019)

a) Transformar en un solo logaritmo la expresión (1 p)

$$\log\left(x - \frac{3}{4}\right) + \log 4.$$

b) Resolver razonadamente la ecuación: $\log 4$ (1,5 p)

$$2 \log x = \log\left(x - \frac{3}{4}\right) + \log 4.$$

$$a) \log\left(x - \frac{3}{4}\right) + \log 4 = \log\left(x - \frac{3}{4}\right) \cdot 4 = \log(4x - 3)$$

$$b) 2 \log x = \log\left(x - \frac{3}{4}\right) + \log 4 \quad 2 \log x = \log(4x - 3)$$

$$\log x^2 = \log(4x - 3)$$

$$x^2 = (4x - 3)$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

Se resuelve

5. EJERCICIOS DE EXÁMENES DE REPASO

PORCENTAJES

ECUACIONES

GEOMETRÍA

FUNCIONES

LOGARITMOS

1. CFGS 2017.

Irene compró acciones de tres empresas, A, B y C, por un total de 20.000 euros. Posteriormente las vendió obteniendo un beneficio del 5,5% de lo invertido en su compra. En las acciones de las empresas A y B ganó un 30% y un 10% respectivamente y en las de la empresa C perdió un 15%. Si las acciones de la empresa C le costaron a Irene cinco veces más que las de B, calcula el dinero invertido en la compra de las acciones de cada una de las empresas. (2 puntos)

2. CFGS 2015

Tenemos tres cajas, A, B y C, que contienen entre todas un total de 78 bombones. Si pasamos 4 bombones de la caja B a la A, en ésta habrá doble bombones que en aquella. Sabemos, además, que si pasamos un bombón de la C a la B, en ambas cajas habrá el mismo número de bombones. Calcula razonadamente el número de bombones que hay en cada una de las cajas.

3. CFGS 2015

El beneficio diario en una tienda por la venta de un determinado producto, en relación con el precio de venta de dicho producto, viene representado por la función: $f(x) = 100x - 10x^2$. Siendo $f(x)$ el beneficio en euros y "x" el precio de venta también en euros.

Sabiendo que $0 < x < 8$, calcula:

- a) El beneficio cuando el precio de venta se ha fijado en 2,8 €.
- b) El precio asignado al producto cuando el beneficio ha sido de 187,5 €.
- c) El precio al que se ha de vender dicho producto si se pretende obtener el máximo beneficio.

4. CFGS 2014

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3(2x+y)}{2} = -6 \\ \frac{x}{2} - \frac{x-y}{5} = -1 \end{array} \right\}$$

5. Desde el punto medio entre dos edificios A y B los ángulos de elevación de sus extremos superiores son $40^{\circ}30'$ y 60° respectivamente. Si A tiene una altura de 40m., halla la altura de B y la distancia entre ambos edificios. (2 puntos)