

Ficha 07

1. RECORDAD

Ecuación de 2º grado:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a}$$

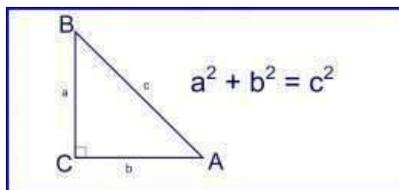
Expresiones notables:

Cuadrado de la suma: $(x + y)^2 = (x + y)(x + y) = x^2 + 2xy + y^2$

Cuadrado de la diferencia: $(x - y)^2 = (x - y)(x - y) = x^2 - 2xy + y^2$

Producto de una suma por una diferencia: $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$ (diferencia de cuadrados)

Teorema de Pitágoras:



GEOMETRÍA

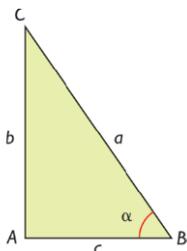
Aunque en el Sistema Internacional los ángulos se miden en radianes (**rad**) estamos habituados a usar los ° (grados sexagesimales)

El ángulo completo de una circunferencia de radio r , es 2π radianes

1 circunferencia = $360^\circ = 2\pi$ rad

Media circunferencia = $180^\circ = \pi$ rad

1 ángulo recto = $90^\circ = \pi/2$ rad



Razones trigonométricas de un ángulo agudo

$$\text{Seno de } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto de } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{Coseno de } \alpha = \frac{\text{cateto contiguo de } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

Dado el ángulo α

$$\text{Tangente de } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto de } \alpha}{\text{cateto contiguo de } \alpha} = \frac{b}{c}$$

$$\begin{aligned} \text{sen } 0^\circ &= 0 & \text{cos } 0^\circ &= 1 \\ \text{sen } 90^\circ &= 1 & \text{cos } 90^\circ &= 0 \\ \text{sen } 180^\circ &= 0 & \text{cos } 180^\circ &= -1 \end{aligned}$$

Expresión de una función mediante un texto

El texto nos relaciona las dos variables. Por ejemplo: $y = f(x) = a + bx$, $y = 33 + 0,95x$

Máximo de una función: Derivada = 0. Ejemplo $y = 100x - 40x^2$ $y' = 100 - 80x = 0$ $x = 100/80 = 5/4$

Ecuación de una recta que pasa por 2 puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

2. EXPLICACIÓN

ESTADÍSTICA

Recuento de datos y frecuencias

Una vez confeccionada y realizada por ejemplo encuesta, es necesario organizar los datos y realizar el recuento. Para ello elaboramos una tabla en la que se recogen los diferentes resultados con sus frecuencias.

La frecuencia absoluta de un dato es el número de veces que se repite.

La frecuencia relativa de un dato es el número de veces que se repite dividido entre el número total de datos (tamaño de la muestra).

La frecuencia absoluta acumulada de un dato es el número de datos que toman un valor inferior o igual a dicho dato.

Una observación importante: si la frecuencia relativa la multiplicamos por cien, obtenemos los porcentajes.

Cálculo de las medidas de centralización

Debemos seguir estos pasos:

Hacer una tabla de frecuencias en la que recojamos los datos:

- Variable
- Frecuencia absoluta (número de veces que aparece cada variable)
- Frecuencia acumulada (suma de las frecuencias anteriores a cada caso)
- Frecuencia relativa (cociente entre la frecuencia absoluta y el número total de elementos)
- Porcentaje (multiplicamos la frecuencia relativa por 100 y lo expresamos en %)

(estas dos últimas –frecuencia relativa y porcentaje- no son necesarias para el cálculo de las medidas estadísticas)

Si viene dado por intervalos, además hay que incluir la MARCA DE CLASE (se suman los dos números del intervalo y se divide el resultado por 2)

Ejemplo 1. Realizada una encuesta a 30 niños de una clase de cuántos libros leen en un año, obtenemos los datos 1, 2, 2, 3, 2, 1, 0, 2, 3, 4, 0, 5, 1, 2, 0, 1, 0, 3, 6, 7, 0, 2, 7, 6, 1, 2, 2, 3, 5, 0.

Variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa	Porcentaje
0	6	6	$6/30 = 0,2$	20 %
1	5	11 (6+5)	$5/30 = 0,17$	17 %
2	8	19 (11+8)	$8/30 = 0,27$	27 %
3	4	23	$4/30 = 0,13$	13 %
4	1	24	$1/30 = 0,03$	3 %
5	2	26	$2/30 = 0,07$	7 %
6	2	28	$2/30 = 0,07$	7 %
7	2	30	$2/30 = 0,07$	7 %
	SUMA = 30		SUMA = 1	SUMA ≈ 100

Moda

Es el valor de la variable que tiene mayor frecuencia.

En el Ejemplo 1 la moda es 2 (tiene la mayor frecuencia absoluta: 8)

Mediana

Sólo sirve para variables cuantitativas. Nos tenemos que fijar en la casilla de frecuencias acumuladas.

Dividimos por 2 el número de resultados: $30 / 2 = 15$

La casilla de las frecuencias acumuladas que se corresponde con este número o con el número

inmediato superior es donde debemos buscar la variable que nos indica la mediana.

En el Ejemplo 1 sería la casilla de la frecuencia acumulada 19 y la variable, es decir, la mediana es 2.

Media

Es la suma de todos los datos dividido entre el número total de datos.

Para calcularla hay que hacer una nueva columna: (datos) x (frecuencia)

En el Ejemplo 1 la media será $73 / 30 = 2,43$

Cuando los datos están agrupados en intervalos, se utiliza la marca de clase para calcular estas medidas.

Variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada	Datos X frecuencia
0	6	6	$6 \times 0 = 0$
1	5	11 (6+5)	$5 \times 1 = 5$
2	8	19 (11+8)	$8 \times 2 = 16$
3	4	23	$4 \times 3 = 12$
4	1	24	$1 \times 4 = 4$
5	2	26	$2 \times 5 = 10$
6	2	28	$2 \times 6 = 12$
7	2	30	$2 \times 7 = 14$
	SUMA = 30		SUMA = 73

Ejemplo 2. Preguntamos a 19 niños de una clase cuál es su paga semanal, y nos contestan lo siguiente:

- (de 0 a 10) 2
- (de 10 a 20) 3
- (de 20 a 30) 5
- (de 30 a 40) 8
- (de 40 a 50) 1

Realiza una tabla de frecuencias y calcula la media, la mediana y la moda

Variable (paga semanal)	Marca de clase	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada	Marca X frecuencia
de 0 a 10	5 (10+0/2=5)	2	2	5 X 2 = 10
de 10 a 20	15 (20+10/2=15)	3	5	15 X 3 = 45
de 20 a 30	25	5	10	25 X 5 = 125
de 30 a 40	35	8	18	35 X 8 = 280
de 40 a 50	45	1	19	45 X 1 = 45
		SUMA = 19		SUMA = 505

Moda = de 30 a 40 (la mayor frecuencia es 8)

Mediana = de 20 a 30 (19/2 =9,5 Frecuencia acumulada 10)

Media = 27 (505 / 19= 26,57)

Cálculo de las medidas de dispersión

Rango o recorrido

Es la diferencia entre el valor mayor y el valor menor.

En el Ejemplo 1: Valor mayor (7) – valor menor (0) = 7

En el Ejemplo 2: Valor mayor (50) – valor menor (0) = 50

Desviación media

Consiste en realizar la media aritmética de las desviaciones de cada dato respecto al valor central media aritmética. (para ello debemos haber calculado antes esta media)

1.º A los datos de la variable le restamos el valor de la media y expresamos su valor absoluto (sin el signo)

2.º Multiplicamos cada dato obtenido en el paso anterior por la frecuencia absoluta.

3.º Sumamos todos los valores de la desviación y lo dividimos entre el número total de datos

Varianza

Es la media de los cuadrados de las desviaciones respecto de la media.

Desviación típica

Es la raíz cuadrada de la varianza.

Coefficiente de variación

Es la desviación típica dividida entre la media.

Cuanto menor sea el coeficiente de variación, más homogénea es la distribución de los datos.

El coeficiente de variación no tiene unidades y se suele expresar en porcentaje.

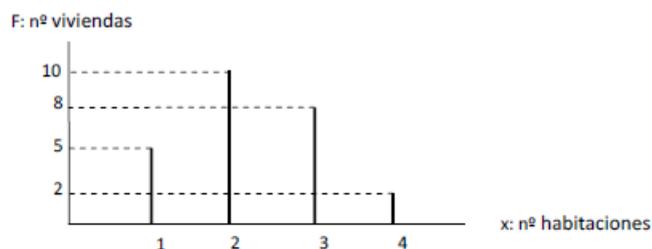
EJEMPLO 1 COMPLETO

Variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada	Datos X frecuencia	Desviación /Datos-Media/ (sin el signo)	Desviación X Frecuencia	Varianza: (desv.) ² x frecuencia
0	6	6	6 X 0 = 0	0 - 2,4 = - 2,4 = 2,4	2,4 X 6 = 14,4	(2,4) ² x 6 = 5,76 x 6 = 34,56
1	5	11	5 x 1 = 5	1 - 2,4 = -1,4 = 1,4	1,4 X 5 = 7	(1,4) ² x 5 = 1,96 x 5 = 9,8
2	8	19	8 X 2=16	2 - 2,4 = - 0,4 = 0,4	0,4 X 8 = 3,2	(0,4) ² x 8 = 0,16 x 8 = 1,28
3	4	23	4 X 3=12	3 - 2,4 = 0,6	0,6 X 4 = 2,4	(0,6) ² x 4 = 0,36 x 4 = 1,44
4	1	24	1 X 4 = 4	4 - 2,4 = 1,6	1,6 X 1 = 1,6	(1,6) ² x 1 = 2,56
5	2	26	2 X 5 = 10	5 - 2,4 = 2,6	2,6 X 2 = 5,2	(2,6) ² x 2 = 6,76 x 2 = 13,52
6	2	28	2 X 6 =12	6 - 2,4 = 3,6	3,6 X 2 = 7,2	(3,6) ² x 2 = 12,96 x 2 = 25,92
7	2	30	2 X 7 =14	7 - 2,4 = 4,6	4,6 X 2 = 9,2	(4,6) ² x 2 = 21,16 x 2 = 42,32
SUMA	30		73		50,2	131,4

- **Moda es 2** (la mayor frecuencia es 8)
- **Mediana es 2** (20/2=15)
- **Media** 73 / 30 = **2,43**
- **Rango o recorrido:** Valor mayor (7) – valor menor (0) = 7
- **Desviación media** = 50.2 / 30 = **1,67**
- **Varianza** 131,4 / 30 = **4,38**
- **Desviación típica** = $\sqrt{\text{Varianza}} = \sqrt{4,38} = \mathbf{2,09}$
- **Coefficiente de variación** = Desviación típica / media = 2,09 / 2,43 = 0,86 = **86 %**

3. EJERCICIOS DE EXÁMENES DEL TEMA ANTERIOR

1. En un estudio sobre determinadas características sociológicas de un barrio, elegimos aleatoriamente 25 viviendas del mismo y computamos el número de habitaciones de cada una de ellas. El resultado viene representado en el siguiente diagrama de barras: Calcular:



a. La media, la mediana y la moda del número de habitaciones de la muestra.

2. La distribución de las multas por infracciones de tráfico en una ciudad A a lo largo de un determinado período de tiempo viene dada por la relación:

- 400 multas de 50 €
- 250 multas de 120 €
- 150 multas de 200 €.

Calcular: El valor medio de las multas por dichas infracciones. La varianza y la desviación típica de dicha distribución de sanciones

3. Las frecuencias del número de asignaturas suspendidas en una clase de 20 alumnos es: Calcula:

- a) La media, la mediana y la moda de la distribución.
- b) Si elegimos dos alumnos aleatoriamente, calcula la probabilidad de que ambos tengan sólo una asignatura suspendida.

X_i (número de asignaturas suspendidas)	0	1	2	3	4
F_i (frecuencias)	7	3	4	1	5

4. EFRENTÉMONOS A UN EXAMEN GLOBAL.

JUNIO 2018

PARTE COMÚN:

Matemáticas

Duración: 1 hora y 15 minutos

1.- En un concesionario de coches hay un cartel que dice: "Oferta de la semana. Sin intereses. Llévese este coche dando una entrada del 25% de su valor y el resto pagando una cuota mensual de 390 euros durante tres años".

- Calcula el valor del coche. (1 punto)
- Manteniendo las mismas condiciones y dando una entrada del 35%, ¿a cuánto ascendería la cuota mensual? (1 punto)

2.- Resuelve la siguiente ecuación: (2 puntos)

$$4x^2 - 12 = \frac{(5x - 3) \cdot (5x + 3)}{x^2}$$

3.- Desde cierto punto del suelo vemos la punta de una antena formando un ángulo de 30° con la horizontal. Si nos alejamos en línea recta 50 metros del citado punto, se ve bajo un ángulo de 15°. Haz un dibujo que represente esta situación y calcula la altura de la torre. (2 puntos)

4.- Un polideportivo ofrece a sus clientes dos tarifas diferentes, A y B, para acceder a la piscina. En la A se cobra 18 € mensuales fijos más 95 céntimos por cada baño y en la B, 2'15 € por baño.

- Escribe las funciones que determinan el dinero a pagar cada mes en función de los baños realizados. (1 punto)
- ¿Cuántos baños hay que realizar en un mes para pagar lo mismo en las dos tarifas? Si una persona quiere pagar lo menos posible, explica razonadamente qué opción ha de elegir según los baños que tiene previsto realizar. (1 punto)

5.- En un pueblo hay dos bandas de música, llamadas respectivamente El Bombo y El Platillo. El 21% de la población es socio de El Bombo, el 15% lo es de El Platillo y el 7% es socio de ambas bandas. Calcula:

- La probabilidad de que al elegir una persona al azar sea socia de alguna de estas bandas. (1 punto)
- La probabilidad de que al elegir dos personas al azar ambas sean socias de la banda El Platillo. (1 punto)