

## La Culminación De La Física Clásica

Esta interacción es relativamente nueva pues sólo cuando, a finales del siglo XIX, pudieron comprenderse bien las interacciones eléctrica y magnética, pudo llegarse a la fusión de las mismas en una única interacción, la electromagnética, capaz de presentar dos manifestaciones muy diferentes. En principio, se estudian por separado la interacción eléctrica y la magnética.

## LA INTERACCIÓN ELÉCTRICA

Podemos recapitular los postulados o principios básicos de la electricidad en lo siguiente:

- Existe en los cuerpos una magnitud llamada carga eléctrica responsable de los fenómenos eléctricos, que se presenta en dos formas: positiva (vidrio) y negativa (ámbar). La cantidad de carga eléctrica de una sustancia,  $q$ , es una característica fundamental de los cuerpos, y puede transferirse de unos cuerpos a otros, de modo que la carga eléctrica total se mantiene constante, se conserva.
- La carga eléctrica de un cuerpo está cuantizada, es decir, es un múltiplo entero de una carga elemental, que es la carga del electrón.
- Cuerpos cargados con cargas del mismo signo se repelen, de distinto signo se atraen, y puestos en contacto, anulan sus efectos.

Así, cuando frotamos una varilla de vidrio con un trozo de seda, ésta arranca  $n$  electrones del vidrio, dejándolo cargado positivamente, con una carga  $q=n \cdot q_e = n \cdot e$ . Del mismo modo, al frotar el ámbar (el plástico cumple la misma función) con un trozo de lana, el ámbar adquiere electrones, de modo que queda cargado negativamente.

## La Ley de Coulomb

Mediante una balanza de torsión, Coulomb en 1785 encontró que la fuerza de atracción o repulsión entre dos cargas puntuales (cuerpos cargados cuyas dimensiones son despreciables comparadas con la distancia  $r$  que las separa) es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, obteniendo una fórmula muy similar a la ley de la gravitación universal

En módulo:

$$F = k \frac{Qq}{r^2} \quad \text{donde} \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \Rightarrow \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

Su dirección, al igual que la interacción gravitatoria, es la línea que une las cargas.

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon}$$

La constante eléctrica,  $K$ , depende del medio considerado que rodea las cargas (no es lo mismo en el vacío que en agua) ya que  $K$  es función de la permitividad o constante dieléctrica del medio ( $\epsilon$ ).

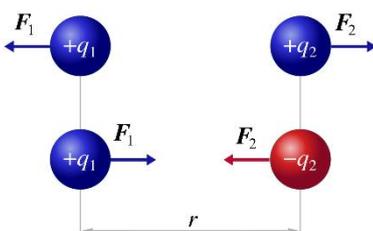
En el vacío ( $\epsilon_0$ ) =  $8,85 \cdot 10^{-12} C^2 \cdot N \cdot m^2$ , por lo tanto el valor de  $K$  será:

$$K = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} C^2 \cdot N \cdot m^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

$$K_0 = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \quad \text{y} \quad \epsilon_0 = 8,842 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

Lo más normal es que las cargas estén aisladas en el vacío, con lo que se suele utilizar  $K = 9 \cdot 10^9$  SI. Nos podrían preguntar en otro medio como el agua. Así, suele definirse una magnitud llamada constante dieléctrica relativa,  $\epsilon_r$ , que relaciona la permitividad del medio con la del vacío,

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$



$$|F_1| = |F_2| = \frac{|q_1 \times q_2|}{r^2}$$

La unidad de carga eléctrica en el S.I. es el culombio, C, cuya definición se hace a partir de la intensidad de corriente eléctrica, de manera que la carga de un electrón vale  $1e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ .

- Si las cargas son de signo opuesto (+ y -), la fuerza "F" será negativa, lo que indica una **fuerza de atracción**

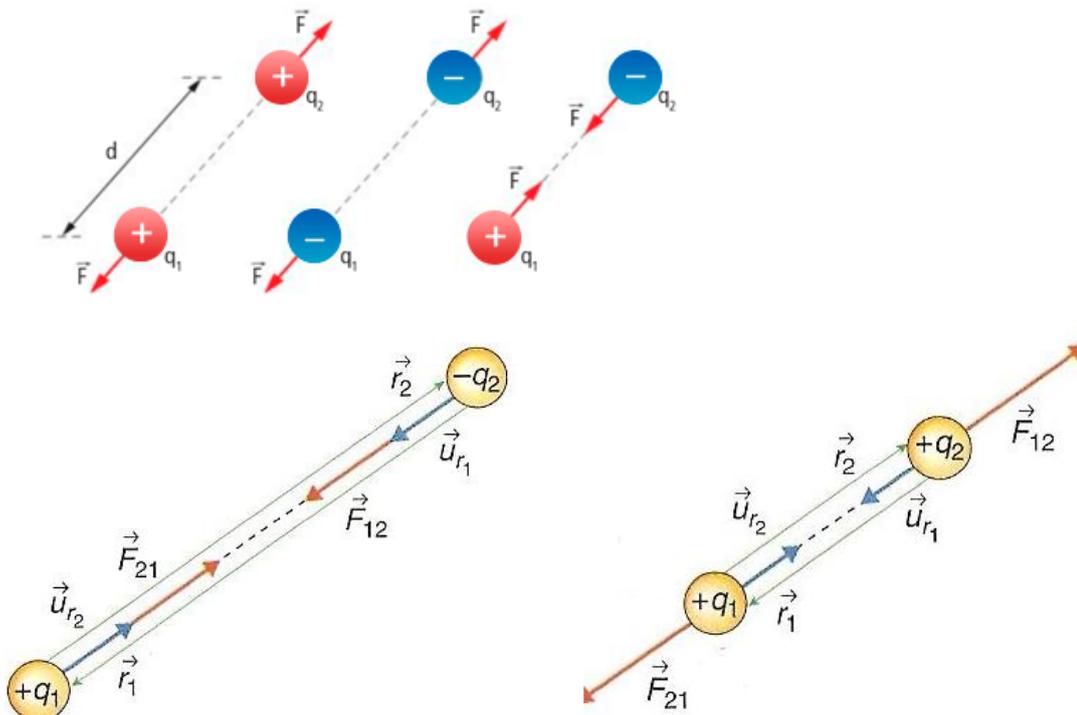
- Si las cargas son del mismo signo (- y - o + y +), la fuerza "F" será positiva, lo que indica una **fuerza de repulsión**.

En forma vectorial

$$\vec{F}_e = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \vec{u}_r = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

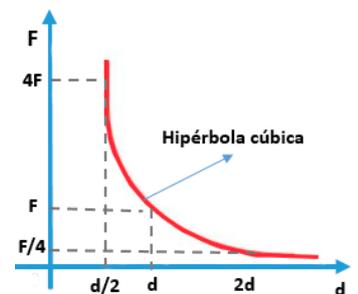
Recuerda que  $u_r$  es el vector unitario de dirección. Su dirección coincide con la recta que une ambas cargas y de sentido hacia la carga considerada.

El sentido de la fuerza depende de los signos de las dos cargas



Recuerda que la fuerza es inversamente proporcional al cuadrado de distancia. Así, si la distancia entre dos cargas se aumenta al doble, la intensidad de la energía es reducida a la cuarta parte en relación a la posición original.

Tal como se muestra en esta imagen, se trata de una hipérbola cúbica.



Para una distribución discreta de cargas, la fuerza ejercida sobre una puntual será

$$\vec{F}_e = \frac{q}{4\pi\epsilon} \cdot \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \vec{u}_{r_i} \quad \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Para un sistema de cargas puntuales la fuerza total es la suma vectorial de fuerzas que ejercen cada una por separado: principio de superposición. Pasos a seguir para un caso general de sistema de cargas: tomar origen de coordenadas en el punto donde queremos calcular la fuerza total ejercida, hallar fuerzas y descomponerlas calculando la resultante. La simetría puede ayudar. Normalmente se asume que hay algunas cargas “con posición fija” y otras móviles: en la realidad todas se moverían.

A veces se indica  $q_1$  y  $q_2$ ; o  $Q$  y  $q$  para separar simbólicamente  $Q$  “la que crea” y  $q$  “la afectada”

Llegados a este punto, observamos unas diferencias entre la fuerza gravitatoria y la fuerza eléctrica, las más significativas son las siguientes:

- Las fuerzas entre masas son siempre atractivas, mientras que las fuerzas entre cargas pueden ser atractivas o repulsivas atendiendo a los signos de las cargas.

- La constante G es independiente del medio, mientras que la constante K depende del medio en el que se encuentren las cargas.

### Problemas resueltos

**Ejemplo:** Dos cargas eléctricas  $q_1 = 4\mu\text{C}$  y  $q_2 = -6\mu\text{C}$  están colocadas a una distancia de 60cm, ¿cuál es el módulo de fuerza de atracción entre ellas?

$$\mu = 10^{-6} \text{ C}$$

Solución:

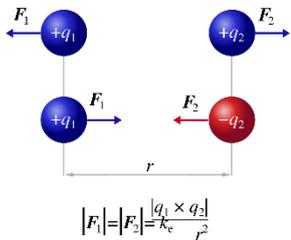
Tenemos dos cargas, y podemos observar también que ambas son diferentes una es positiva y la otra negativa, por lo que si vemos el gráfico, nos damos cuenta que el resultado sin duda será de atracción, se atraerán ambas cargas.

Ahora colocando nuestros datos tenemos:

$$q_1 = 4\mu\text{C}$$

$$q_2 = -6\mu\text{C}$$

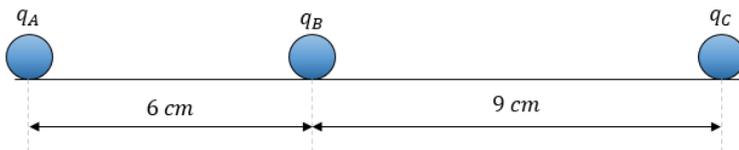
$$d = 60 \text{ cm} = 0.6\text{m}$$



$$F = k \frac{Qq}{r^2} \quad \text{donde} \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \Rightarrow \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot (-6 \cdot 10^{-6}) / 0,6^2 = -0,6 \text{ N} \quad F = 0,6 \text{ N atractiva}$$

**Ejemplo:** Tres cargas eléctricas ( $q_A = 4\mu\text{C}$ ,  $q_B = -12\mu\text{C}$ ,  $q_C = 6\mu\text{C}$ ) están como se muestran en la figura, encuentre la fuerza resultante sobre la carga B, es decir  $q_B$ .



Solución:

Entre A y B habrá una fuerza y también entre B y C, éstas cargas tendrán solamente efecto sobre la carga B

Datos:

$$q_A = 4\mu\text{C}$$

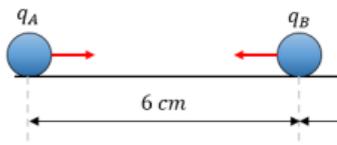
$$q_B = -12\mu\text{C}$$

$$q_C = 6\mu\text{C}$$

$$d_{AB} = 6\text{cm} = 0.06\text{m}$$

$$d_{BC} = 9\text{cm} = 0.09\text{m}$$

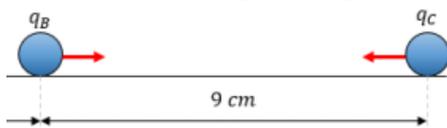
Resolviendo la fuerza entre AB



La carga A es positiva, y la carga B es negativa, por lo tanto habrá una fuerza de atracción

$$F_{AB} = 9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot (-12 \cdot 10^{-6}) / 0,06^2 = -120 \text{ N} \quad F_{AB} = 120 \text{ N atractiva}$$

Resolviendo la fuerza entre BC



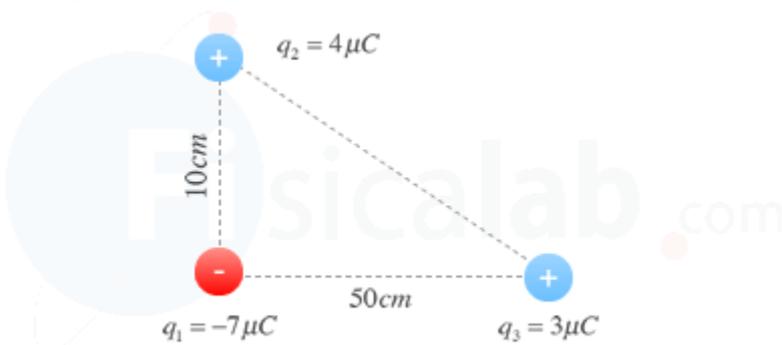
La carga B es negativa y la carga C es positiva, por lo tanto sigue habiendo una fuerza de atracción

$$F_{BC} = 9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot (-12 \cdot 10^{-6}) / 0,09^2 = -80 \text{ N} \quad F_{BC} = 80 \text{ N atractiva}$$

Al final debemos calcular las fuerzas actuando en B, que van en sentido contrario:

$$F_R = F_{AB} - F_{BC} = 120\text{N} - 80\text{N} = 40\text{N}$$

**Ejemplo:** Dado el sistema de cargas de la figura, determina el valor de la fuerza que experimenta  $q_1$  sabiendo que las tres cargas se encuentran en el vacío.



**Solución**

Datos

$$q_1 = -7 \mu\text{C} = -7 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$q_2 = 4 \mu\text{C} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$q_3 = 3 \mu\text{C} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

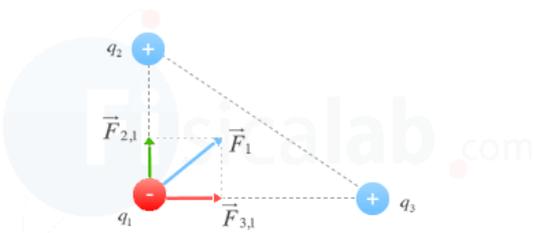
$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

Distancia entre  $q_2$  y  $q_1$ .  $r_{21} = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$

Distancia entre  $q_3$  y  $q_1$ .  $r_{31} = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$

Aplicando el principio de superposición de fuerzas eléctricas, la fuerza  $\mathbf{F}_1$  que actúa sobre  $q_1$  será la suma vectorial de:

- la fuerza que ejerce  $q_2$  sobre  $q_1$   $\mathbf{F}_{21}$ . Como  $q_1$  y  $q_2$  tienen distinto signo será atractiva.
- la fuerza que ejerce  $q_3$  sobre  $q_1$   $\mathbf{F}_{31}$ . Como nuevamente  $q_3$  y  $q_1$  tienen distinto signo será atractiva.



$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{31}$$

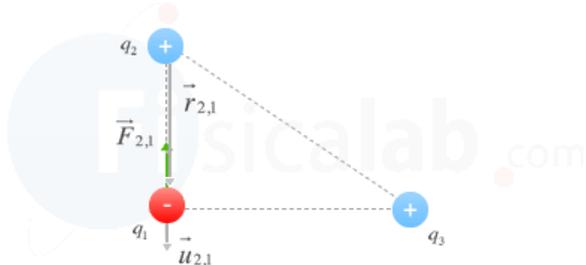
Vamos a estudiar cada fuerza por separado:

Fuerza  $\mathbf{F}_{21}$

Módulo de  $F_{21}$ : Aplicando la ley de Coulomb sobre las cargas  $q_1$  y  $q_2$  obtenemos que:

$$F_{21} = K q_2 \cdot q_1 / r_{21}^2 = 9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot (-7 \cdot 10^{-6}) / 0,1^2 = - 25,2 \text{ N}$$

**MUY IMPORTANTE:** Por definición,  $\mathbf{u}$  es un vector unitario que tiene sentido opuesto a la fuerza en el caso que las cargas se atraigan (lo mismo que en el campo gravitatorio), o sea si tienen distinto signo. Y tiene la misma dirección que la fuerza y el mismo sentido si  $q_1$  y  $q_2$  tienen el mismo signo (se repelen).



En nuestro caso el signo es distinto ( $q_2$  atrae a  $q_1$ ), por lo que será un vector unitario que va en dirección y sentido contrario al eje  $y$ .

$$\mathbf{u}_{21} = \mathbf{r}_{21} / r_{21}$$

$$\mathbf{r}_{21} = (0,0) - (0;0,1) = (0; -0,1) = - 0,1 \mathbf{j}$$

$$r_{21} = 0,1 \text{ m}$$

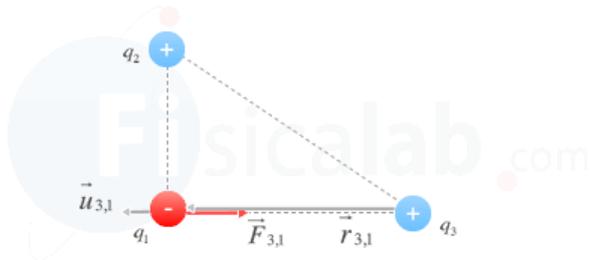
$$\mathbf{u}_{21} = \mathbf{r}_{21} / r_{21} = - 0,1 \mathbf{j} / 0,1 = -\mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_{21} = - 25,2 (-\mathbf{j}) \text{ N} = 25,2 \mathbf{j} \text{ N}$$

Fuerza  $\mathbf{F}_{31}$

Módulo de  $F_{31}$ : Aplicando la ley de Coulomb sobre las cargas  $q_1$  y  $q_3$  obtenemos que:

$$F_{31} = K q_3 \cdot q_1 / r_{31}^2 = 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot (- 7 \cdot 10^{-6}) / 0,5^2 = - 0,76 \text{ N}$$



El signo es distinto ( $q_3$  atrae a  $q_1$ ), por lo que será un vector unitario que va en dirección y sentido contrario al eje y.

$$\mathbf{r}_{31} = \mathbf{r}_{31} / r_{31}$$

$$\mathbf{r}_{31} = (0,0) - (0,5;0) = (-0,5; 0) = -0,5 \mathbf{i} \quad r_{31} = 0,5 \text{ m}$$

$$\mathbf{u}_{31} = \mathbf{r}_{31} / r_{31} = -0,5 \mathbf{i} / 0,5 = -\mathbf{i}$$

$$\mathbf{F}_{31} = -25,2 (-\mathbf{i}) \text{ N} = 0,76 \mathbf{i} \text{ N}$$

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{31} = (0,76 \mathbf{i} + 25,2 \mathbf{j}) \text{ N}$$

$$\text{Módulo: } F_1 = \sqrt{0,76^2 + 25,2^2} = 25,51 \text{ N}$$

**Ejemplo:** Dos esferas igualmente cargadas de 250 g de masa se encuentran suspendidas cada una de ellas por un hilo que cuelga del mismo punto del techo. Sabiendo que los hilos miden cada uno 75 cm y forman un ángulo de 25° con la vertical, calcular:

- ¿Cuál es la fuerza con la que se repelen las cargas?
- ¿Cuál es el valor de las dos cargas?

(Datos:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ )

**(MUY IMPORTANTE)**

Solución

Cuestión a)

Datos

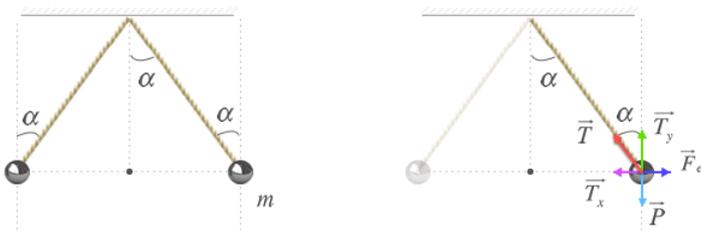
$$m_1 = m_2 = 250 \text{ g} = 0.25 \text{ Kg}$$

$$L_1 = L_2 = 75 \text{ cm} = 0.75 \text{ m}$$

$$\alpha = 25^\circ$$

$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

Para resolver esta cuestión, vamos a realizar el diagrama de cuerpo libre de una de las esferas (en concreto  $m_2$ ) y determinar que fuerzas intervienen en ella.



Las fuerzas que intervienen en  $m_2$  son:

- La tensión de la cuerda (T) que se puede descomponer en dos fuerzas  $T_x$  y  $T_y$  para que coincidan con los ejes de nuestro sistema de referencia.
- El peso (P) de la esfera.
- La fuerza eléctrica ( $F_e$ ) de repulsión que hace que la esfera se separe de la vertical.

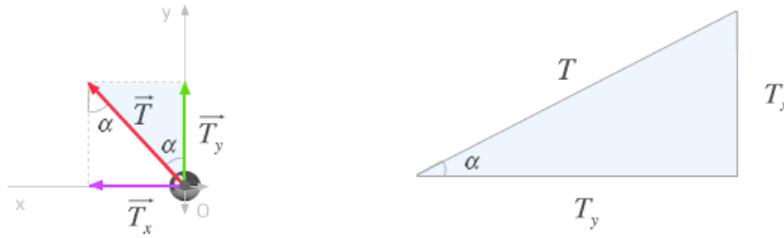
Si aplicamos el principio fundamental o segunda ley de Newton a cada uno de los ejes del sistema de referencia, sabiendo que la esfera se encuentra en reposo en cualquiera de los ejes ( $a_x=0$ ,  $a_y=0$ ), obtenemos que:

Eje x

$$\Sigma F_x = m_2 \cdot a_x = F_e - T_x \qquad m_2 \cdot a_x = F_e - T_x \qquad m_2 \cdot 0 = F_e - T_x \qquad F_e = T_x$$

Sabemos que la fuerza eléctrica de repulsión es igual que la tensión en el eje x.

Si aplicamos la definición del seno y coseno no solo calcularemos  $T_x$  si no también  $T_y$ .



$$\text{sen } \alpha = T_x / T \quad T_x = T \text{ sen } \alpha$$

$$\text{cos } \alpha = T_y / T \quad T_y = T \text{ cos } \alpha$$

$$\text{Como } F_e = T_x \qquad F_e = T \text{ sen } \alpha$$

Eje y

$$\Sigma F_y = m_2 \cdot a_y \quad T_y - P = m_2 \cdot a_y \quad T_y - P = m_2 \cdot a_y = m_2 \cdot 0 = 0$$
$$T_y = P \quad T \text{ cos } \alpha = m_2 \cdot g \quad T = m_2 \cdot g / \text{cos } \alpha = 0,25 \cdot 9,8 / \text{cos } 25^\circ = 2,70 \text{ N}$$

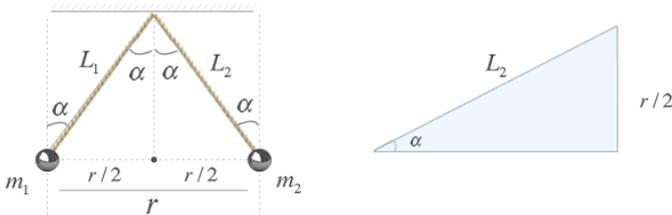
$$\text{Como } F_e = T \text{ sen } \alpha \quad F_e = T \text{ sen } \alpha = 2,70 \cdot \text{sen } 25^\circ = \mathbf{1,14 \text{ N}}$$

Cuestión b)

Conociendo el valor de la fuerza de repulsión  $F_e = 1.14 \text{ N}$ , podemos aplicar la ley de Coulomb para conocer el valor de carga ( $q$ ) de cada esfera, sabiendo que las dos tienen la misma:

$$F_e = K q \cdot q / r^2 = K q^2 / r^2 \qquad F_e = K q \cdot q / r^2 = K q^2 / r^2 \quad F_e \cdot r^2 = K q^2 \quad q = \sqrt{(F_e \cdot r^2 / K)}$$

Conocemos  $F_e$  y  $K$ , vamos a hallar  $r$ , que es la distancia entre las dos esferas



$$\text{sen } \alpha = (r/2) / L_2 \qquad r = 2 L_2 \cdot \text{sen } \alpha = 2 \cdot 0,75 \cdot \text{sen } 25^\circ = 0,63 \text{ m}$$

$$q = \sqrt{(F_e \cdot r^2 / K)} = \sqrt{(1,14 \cdot 0,63^2 / 9 \cdot 10^9)} = \mathbf{7,1 \cdot 10^{-6} \text{ C}}$$

Dado que la fuerza eléctrica es de repulsión, el resultado que hemos obtenido nos dice que o bien las cargas son  $q_1=q_2=7.09 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  o  $q_1=q_2=-7.09 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ .

**Problemas de tu profe**

**Ejercicio 1.** Calcula la fuerza que dos cargas  $q_1=3\mu\text{C}$  y  $q_2=12\mu\text{C}$ , separadas 1cm, se ejercen entre sí si se encuentran situadas en el agua. (Dato:  $\epsilon_r(\text{ agua})=80$ ;  $\epsilon_0=8.842 \cdot 10^{-12} \text{ S.I.}$ )

**Sol: 40.5N**

$$F = k \frac{Q q}{r^2} \quad \text{donde} \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \Rightarrow \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \quad (\text{en el vacío})$$

En otro medio:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon} \quad \epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad \epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 = 80 \cdot 8,842 \cdot 10^{-12} = 7,07 \cdot 10^{-10} \text{ SI}$$

En el agua:

$$K = 1 / (4\pi \cdot 7,07 \cdot 10^{-10}) = 1,13 \cdot 10^8 \text{ SI}$$

$$F = K q_1 q_2 / r^2 = 1,13 \cdot 10^8 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 12 \cdot 10^{-6} / 0,01^2 = 40,68 \text{ N}$$

**Ejercicio 2.** Calcular la fuerza que ejercen dos cargas  $q_1=1.5 \cdot 10^{-3}\text{C}$ , situada en el origen de coordenadas de un sistema de referencia cartesiano, y  $q_2= - 0.5 \cdot 10^{-3}\text{C}$ , situada en  $(1,2 , 0)\text{m}$ , sobre la carga  $q_3=0.2 \cdot 10^{-3}\text{C}$  situada en el punto  $(1,2 , 0,5)\text{m}$  en el vacío. (Dato:  $K=9 \cdot 10^9 \text{Nm}^2\text{C}^{-2}$ )

**Sol: (1474.2,-2986.2)N**

Intenta hacerlo igual que los de la Fuerza gravitatoria

A mí me da ligeramente diferente, pero quizás tenga algún error de cálculo o se deba a los decimales tomados(1470, -2993) N

**Ejercicio 3.** (De PAU junio 2019) Las cargas  $q_A=-2\mu\text{C}$ ,  $q_B=-4\mu\text{C}$  y  $q_C=-8\mu\text{C}$  están situadas sobre una recta. La carga  $q_A$  está a 1m de la carga  $q_B$ , y la carga  $q_C$  se encuentra entre las cargas  $q_A$  y  $q_B$ . Si la fuerza eléctrica total sobre la carga  $q_C$  debida a las otra dos cargas es cero, calcula la distancia entre  $q_C$  y  $q_A$ .(Dato:  $K=9 \cdot 10^9 \text{ SI}$ )

**Sol: 0.41m**

**Ejercicio 4.** Dos esferas iguales cuelgan de dos hilos de 1m de longitud sujetos al mismo punto del techo. Ambas tienen la misma masa, 2g, y han recibido cargas iguales positivas. Halla el valor de estas cargas si, al repelerse, los dos hilos forman un ángulo de  $60^\circ$ . (Datos:  $g=9,8$ ;  $K=9 \cdot 10^9 \text{SI}$ ) **(IMPORTANTE)**

**Sol: 1.12μC**