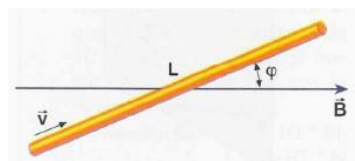


# CAMPO MAGNÉTICO E INDUCCIÓN

(Cambio de fuente de escritura: Utilizo la fuente "times" porque se distinguen mejor las letras de las magnitudes)  
 Sigo utilizando la negrita cursiva para los vectores

## FUERZA DE UN CAMPO MAGNÉTICO SOBRE UNA CORRIENTE RECTILÍNEA: PRIMERA LEY DE LAPLACE.

Consideremos un conductor metálico de longitud  $L$  por el que circula una corriente de intensidad  $I$ , colocado en el interior de un campo magnético  $B$ . Si llamamos " $v$ " a la velocidad con que los electrones circulan por el interior del conductor, tardaran un tiempo  $t = L/v$  en atravesarlo; durante dicho tiempo, la cantidad de carga que atraviesa el campo magnético es:



$$I = q / t \quad q = I \cdot t = I L / v$$

de modo que la fuerza magnética que el campo ejercerá sobre dicha cantidad de carga será, en módulo:

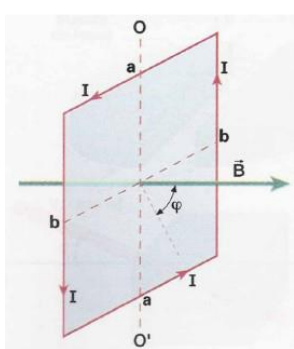
$$F = qvB \sin \varphi = I (t/v) v B \sin \varphi = I L B \sin \varphi$$

A la forma vectorial de la expresión anterior se le conoce con el nombre de **primera ley de Laplace**:

$$\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}$$

La fuerza anterior es, en realidad, la resultante de todas las fuerzas magnéticas que actúan sobre todas las cargas que circulan por el conductor. La dirección de dicha fuerza será perpendicular al plano formado por la corriente y el campo magnético, y su sentido vendrá dado por la regla de la mano derecha o por la del sacacorchos.

## FUERZA DE UN CAMPO MAGNETICO SOBRE UNA ESPIRA O CIRCUITO. APLICACIONES. (Ampliación, es un poco complicado, no sé si lo dais)



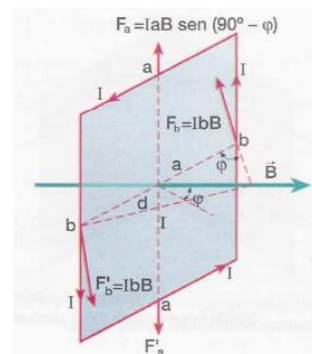
Consideremos la espira rectangular de la figura de la izquierda, de lados  $a$  y  $b$ , capaz de girar alrededor del eje  $OO'$  y por la que circula una intensidad de corriente  $I$  en sentido antihorario; sea  $\varphi$  el ángulo que forman la normal a la superficie de la espira y el vector Inducción magnética  $B$ . Entonces, sobre cada uno de los 4 conductores que forman la espira el campo magnético ejercerá una fuerza cuyo valor, dirección y sentido vienen determinados por la regla de la mano derecha (también sirve la mano izquierda), tal y como se indica en la figura de la derecha.

Las fuerzas sobre los conductores "a" tienen el mismo valor pero sentidos contrarios, por lo que se anulan; sin embargo, las que actúan sobre los conductores "b" tienen el mismo valor, sentido contrario y direcciones paralelas, por lo que forman un par de

fuerzas cuyo momento (de fuerza) valdrá:

$M = F \cdot d = I b B a \sin \varphi$ , siendo  $d = a \sin \varphi$  la distancia mínima entre las direcciones de las dos fuerzas que constituyen el par. Como la superficie de la espira es  $S = a b$ , podemos escribir:  $M = I B S \sin \varphi$

Si consideramos que  $\vec{S}$  es un vector perpendicular al plano de la espira y que avanza según la regla del sacacorchos que gira según el sentido de la corriente, el momento de fuerza existente sobre ella cuando se encuentra dentro de un campo magnético puede expresarse vectorialmente de la forma siguiente:  $\vec{M} = I \cdot \vec{S} \times \vec{B}$



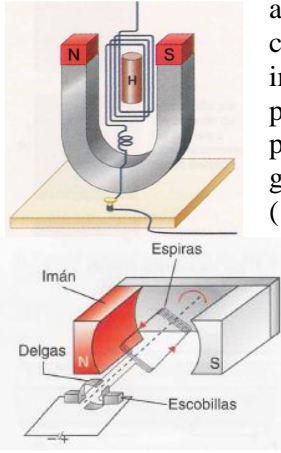
El efecto de este momento de fuerza es hacer que la espira gire hasta que el vector superficie se oriente en la misma dirección del campo magnético, momento en el cual desaparece la tendencia al movimiento al hacerse nulo el momento de la fuerza. Este principio es el fundamento de los motores eléctricos, galvanómetros, amperímetros y voltímetros.

### OBSERVACIONES:

1. La expresión anterior es válida sea cual sea la forma de la espira.
2. Si se trata de una bobina o solenoide (conjunto de  $N$  espiras superpuestas e idénticas), el momento de fuerza total será:  $\vec{M} = N I \vec{S} \times \vec{B}$
3. Al producto  $I \vec{S}$  se le conoce como *momento magnético* de la espira,  $\vec{m}$ .

Las dos principales aplicaciones de la acción de un campo magnético sobre una espira, los galvanómetros y los motores.

El **galvanómetro** es un aparato que sirve para medir intensidades de corriente, generalmente muy débiles. Se basa en la acción de un imán fijo sobre un conductor rectangular móvil, el cual, al ser recorrido por una corriente eléctrica, gira bajo la acción del par de fuerzas que el campo magnético creado por el imán ejerce sobre el conductor. En el interior de la bobina se coloca un núcleo de hierro dulce, para así concentrar en la bobina las líneas de inducción del imán. Del ángulo de giro efectuado por dicha bobina se deduce la intensidad de la corriente que circula por ella mediante una escala graduada. La sensibilidad de los galvanómetros es muy grande, pudiendo llegar al picoamperio ( $10^{-12}$  A).

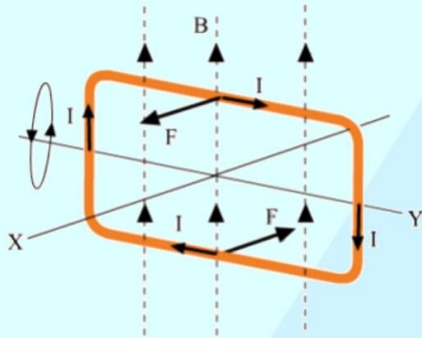


Un **motor** de corriente continua es un dispositivo que sirve para obtener energía mecánica a partir de energía electromagnética. Así, al colocar una espira en el interior de un campo magnético se genera un par de fuerzas que la orientan hasta que el plano que la contiene sea perpendicular al campo magnético. Si en el instante en el que la espira pasa por la posición de equilibrio se hace pasar la corriente eléctrica en sentido contrario, el momento del par de fuerzas cambia de sentido y la espira sigue girando tratando de encontrar la nueva posición de equilibrio.

*(Un poco difícil, no creo que se pregunte)*

### FUERZAS SOBRE UNA ESPIRA CUADRADA

Si situamos una espira rectangular en un campo magnético (ver figura) aparecerán sendas fuerzas sobre los lados opuestos que tienden a hacerla girar. Este es un fenómeno de singular importancia, ya que en él se apoya la construcción de motores eléctricos o de galvanómetros (aparatos destinados a medir el paso de la corriente eléctrica: amperímetros y voltímetros).



### FUENTES DEL CAMPO MAGNETICO. CÁLCULOS DEL VECTOR $B$

De acuerdo con el experimento de Oersted, sabemos que cualquier carga eléctrica en movimiento genera a su alrededor un campo magnético. En este apartado estudiaremos los campos magnéticos que crean a su alrededor una carga puntual y un elemento de corriente. Terminaremos estudiando la ley de Ampere, la cual nos demuestra que el campo magnético no es conservativo.

### CAMPO MAGNETICO CREADO POR UNA CARGA MÓVIL PUNTUAL.

Los campos magnéticos pueden ser generados por cargas en movimiento y corrientes eléctricas. Veremos el campo creado por una carga puntual ya sea positiva o negativa.

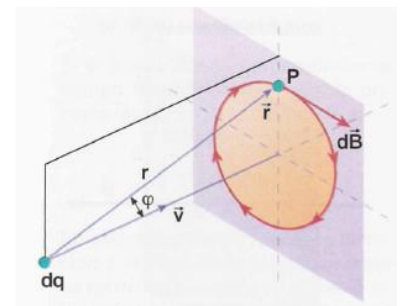
Si una carga  $q$  se mueve con una velocidad  $v$  generará un campo magnético  $B$  cuya intensidad en un punto cualquiera  $P$  vendrá dada por la siguiente expresión:

$$\mathbf{B} = (\mu/4\pi) q (\mathbf{v} \times \mathbf{u}_r)/r^2 = (\mu/4\pi) q (\mathbf{v} \times \mathbf{r})/r^3$$

- $B$  es la intensidad del campo magnético o simplemente campo magnético en el punto  $P$ . En el S.I. se mide en Teslas (T).
- $\mu$  se denomina **permeabilidad magnética** y depende del medio en el que se encuentre la carga. En el S.I. se mide en  $m \cdot kg/C^2$
- $q$  es la carga en movimiento. En el S.I. se mide en culombios (C).
- $v$  es la velocidad a la que se mueve la carga (m/s).
- $r$  es el vector de posición que va desde la carga hasta el punto  $P$  donde se calcula  $B$  (m).
- $u_r$  es un vector unitario de  $r$  (m).
- $r$  es el módulo de  $r$  (m).

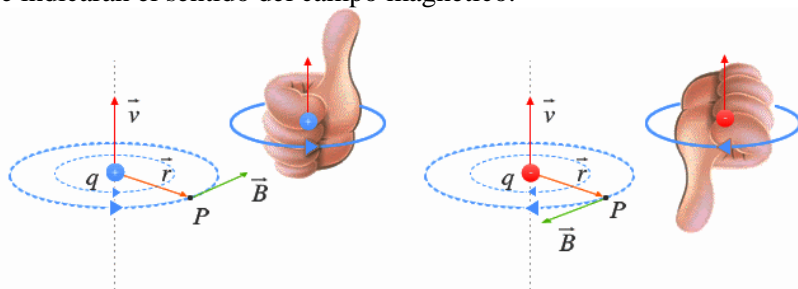
Su módulo se puede calcular por medio de la siguiente expresión:

$$B = (\mu/4\pi) (q v \text{ sen}(\nu, r))/r^2$$



Su dirección coincide con el de la recta perpendicular al plano que forman  $\vec{v}$  y  $\vec{r}$

Su sentido se puede determinar fácilmente por medio de la **regla de la mano derecha**. Esta consiste en situar el pulgar de la mano derecha sobre la dirección del vector velocidad. Si orientas el pulgar en el mismo sentido que el vector velocidad en el caso de que la carga sea positiva y en sentido contrario en el caso de que sea negativa, el resto de dedos te indicarán el sentido del campo magnético.



#### Sentido del campo magnético creado por una carga puntual

Si situas el pulgar de la mano derecha sobre la dirección del vector velocidad podrás determinar el sentido del campo magnético de la siguiente forma:

Si la carga en movimiento es positiva orienta el pulgar en el mismo sentido que el vector velocidad y sentido contrario si la carga es negativa, el resto de dedos determinará el sentido del vector campo magnético. Esto se conoce como la **regla de la mano derecha**.

La permeabilidad magnética  $\mu$  es una constante propia de cada medio y de la cual depende la intensidad de campo magnético tal y como hemos podido comprobar en la ecuación anterior. Su valor en el vacío ( $\mu_0$ ) es  $4\pi 10^{-7}$

#### Diferencias entre el campo eléctrico y el campo magnético creado por una carga puntual

Una diferencia importante entre el campo eléctrico y el campo magnético creado por una carga puntual se centra principalmente en que cualquier carga en reposo o movimiento crea un campo eléctrico, sin embargo, tan solo una carga en movimiento crea un campo magnético.

De igual forma el campo eléctrico es central y las líneas de campo son radiales a la carga, por el contrario el campo magnético no es central y sus líneas de campo son cerradas (circunferencias concéntricas).

A pesar de estas diferencias, ambos campos son inversamente proporcionales a la distancia en la que se midan y dependen del medio en el que se encuentren.

**Los campos magnéticos pueden ser generados por cargas individuales en movimiento y en grupo (corrientes eléctricas). Si bien en el apartado anterior nos centramos en el campo generado por cargas puntuales en movimiento, en este abordaremos el estudio del campo creado por una corriente eléctrica. En concreto nos centraremos en:**

- El campo generado por una corriente eléctrica cualquiera
- El campo generado por una corriente eléctrica rectilínea
- El campo generado por una corriente eléctrica que circula por una espira

**EN ESTOS CASOS NO HAY QUE SABER LAS DEMOSTRACIONES DE LAS FÓRMULAS, SINO APRENDERLAS TAL CUAL. EN LOS PROBLEMAS SE HALLA EL MÓDULO DE B Y CON LA REGLA DE LA MANO DERECHA SE EXPLICA EL SENTIDO DEL CAMPO**

#### CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UNA CORRIENTE ELÉCTRICA CUALQUIERA. LEY DE BIOT Y SAVART.

Jean Baptiste Biot (1774-1862) y Félix Savart (1791-1841) establecieron poco después de que Oersted (1777-1851) divulgara su experiencia, que al igual que una carga origina un campo eléctrico o una masa un campo gravitatorio, un **elemento de corriente** genera un campo magnético. Un elemento de corriente es la intensidad que fluye por una porción tangente al hilo conductor de longitud infinitesimal y cuyo sentido es el de la corriente eléctrica  $d\vec{l}$ . Su expresión viene dada por  $I d\vec{l}$

$$I d\vec{l} = (dq/dt) d\vec{l} = dq (d\vec{l} / dt) = dq \cdot \vec{v} \qquad I d\vec{l} = dq \cdot \vec{v}$$

La ley de Biot y Savart establece que el campo magnético producido por una corriente cualquiera en un punto P viene determinado por la siguiente expresión:

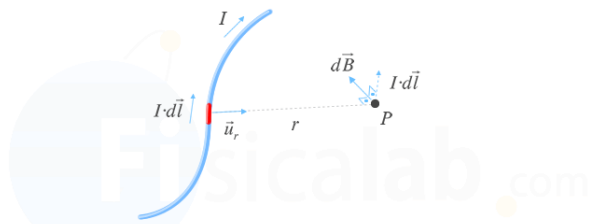
$$\vec{B} = (\mu/4\pi) I \int (d\vec{l} \times \vec{u}_r) / r^2$$

- $I$  es la intensidad de corriente que circula por  $d\vec{l}$  En el S.I. se mide en Amperios (A).
- $d\vec{l}$  vector en la dirección de la intensidad de corriente (m).

- $\mathbf{u}_r$  es un vector unitario que une el elemento de corriente con el punto P donde se mide la intensidad del campo magnético.

Su módulo se puede calcular por medio de la siguiente expresión:

$$\mathbf{B} = (\mu/4\pi) I \int (d\mathbf{l} \text{ sen } \alpha)/r^2$$



Ley de Biot-Savart

Cada elemento infinitesimal de corriente  $I d\mathbf{l}$  del conductor crea en P un campo magnético infinitesimal  $d\mathbf{B}$ . Dicho diferencial es perpendicular a  $\mathbf{u}_r$  y a  $I d\mathbf{l}$ . El campo magnético total en dicho punto será la suma (integral) de todos los  $d\mathbf{B}$  originados por todos los elementos de corriente del conductor.

## CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UNA CORRIENTE ELÉCTRICA RECTILÍNEA

Si en vez de una corriente eléctrica indefinida disponemos de una corriente en línea recta, el cálculo del campo magnético creado por dicha corriente se simplifica enormemente.

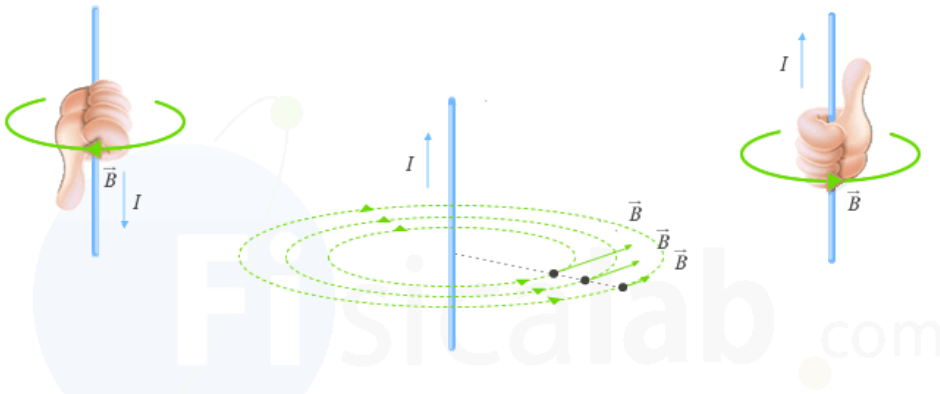
El valor del campo magnético creado por una corriente rectilínea en un punto P se obtiene por medio de la siguiente expresión (en el vacío,  $\mu_0$ )

$$B = (\mu_0 I) / (2 \pi R)$$

donde:

- B es el valor del campo magnético en el punto P. Su unidad en el S.I. es el Tesla (T).
- $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío. En el S.I. se mide en  $\text{m} \cdot \text{kg} / \text{C}^2$ .
- I es la intensidad de corriente que circula en línea recta. Su unidad en el S.I. es el Amperio (A).
- R es la distancia más corta en línea recta desde P hasta la corriente. Su unidad en el S.I. es el metro (m).

Las líneas de campo creadas por este tipo de corriente son **circunferencias concéntricas** al conductor y perpendiculares a él. Esto implica que la dirección del campo magnético sea **tangente** a ellas en cada punto y su sentido venga dado por **la regla de la mano derecha**. La regla de la mano derecha determina que si usamos el pulgar de dicha mano para indicar el sentido de la intensidad de corriente, el resto de dedos nos indicará el sentido del campo magnético.



Sentido del campo magnético en una corriente rectilínea

En una corriente rectilínea las líneas de campo magnéticas son circunferencias concéntricas, por tanto el campo magnético es siempre tangente a cualquier punto de dichas circunferencias.

El sentido del campo vendrá dado por la **regla de la mano derecha**. Si usas el pulgar de tu mano derecha para indicar el sentido de la intensidad de corriente el resto de dedos te indicarán el sentido del campo magnético.

### Ejemplo

Una corriente eléctrica rectilínea crea un campo magnético de  $4 \cdot 10^{-4} \text{ T}$  en un punto situado a 3 cm de dicha corriente. ¿Cuál es la intensidad de la corriente eléctrica? ¿Hacia dónde está dirigido el campo magnético en los puntos situados a la derecha y a la izquierda del conductor rectilíneo, si el conductor se encuentra orientado verticalmente y la intensidad asciende hacia arriba?

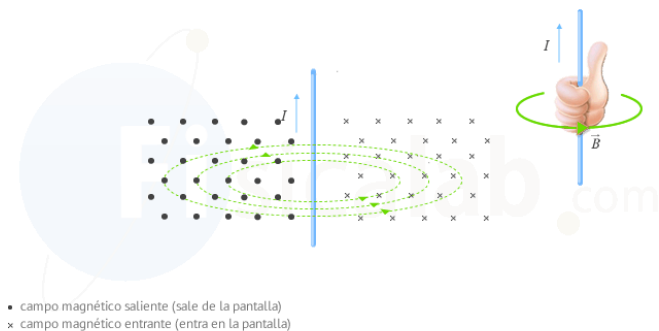
$$B = 4 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

$$R = 3 \text{ cm} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Si tenemos en cuenta la expresión del campo magnético creado por una corriente eléctrica rectilínea y despejamos el valor de la intensidad obtenemos que:

$$B = (\mu_0 I) / (2 \pi R) \quad I = (B 2 \pi R) / \mu_0 = (B 2 \pi R) / (4 \pi 10^{-7}) = 60 \text{ A}$$

Si analizamos como serían los vectores de campo magnético que entran o salen de tu pantalla a la derecha e izquierda del conductor, obtenemos que aplicando la regla de la mano derecha:



## CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UNA CORRIENTE ELÉCTRICA QUE CIRCULA POR UNA ESPIRA

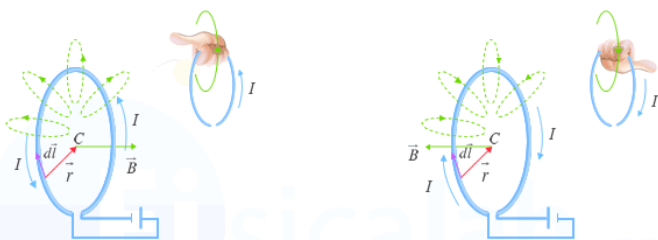
El valor del campo magnético en el centro de una espira circular creado por una corriente eléctrica se obtiene por medio de la siguiente expresión:

$$B = (\mu_0 I) / (2 R)$$

donde:

- B es el valor del campo magnético en el centro de la espira C. Su unidad en el S.I. es el Tesla (T).
- $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío. En el S.I. se mide en  $m \cdot kg / C^2$ .
- I es la intensidad de corriente que circula por la espira. Su unidad en el S.I. es el Amperio (A).
- R es el radio de la espira. Su unidad en el S.I. es el metro (m).

Las líneas de campo creadas por este tipo de corriente son circunferencias concéntricas en cada punto del conductor, de tal forma que en el centro de la espira el campo magnético es perpendicular a la espira y el sentido se obtiene aplicando la **regla de la mano derecha**. Recuerda que como hemos dicho antes, la regla de la mano derecha determina que si usamos el pulgar de dicha mano para indicar el sentido de la intensidad de corriente, el resto de dedos nos indicarán el sentido del campo magnético.



Sentido del campo magnético en una corriente que circula por una espira

En una corriente que circula por una espira las líneas de campo magnéticas son circunferencias concéntricas, por tanto el campo magnético es siempre tangente a cualquier punto de dichas circunferencias.

El sentido del campo vendrá dado por la **regla de la mano derecha**. Si usas el pulgar de tu mano derecha para indicar el sentido de la intensidad de corriente el resto de dedos te indicarán el sentido del campo magnético.

Independientemente de cual sea el sentido de la intensidad de la corriente eléctrica, las líneas de campo saldrán por una cara de la espira y entrarán por otra. La cara por la que salen recibe el nombre de **cara norte** y por la que entran **cara sur**, al igual que ocurre con un imán.



Caras norte y sur de una espira

Las líneas de campo salen por los puntos (como si vieres una flecha frontal que viene hacia ti) y entran por las espas (como si vieres una flecha que se aleja de ti). La cara de la espira por la que salen recibe el nombre de **cara norte** y por la que entran **cara sur**.

### Ejemplo

Una espira de radio  $R = 5 \text{ cm}$  por la que circula una corriente eléctrica en sentido horario de  $30 \text{ A}$  se encuentra situada en el plano de la pantalla. ¿Cuál es el campo magnético en el centro de la espira? ¿Qué cara de la espira estaríamos viendo?

$$R = 5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$I = 30 \text{ A}$$

Si aplicamos la expresión para calcular el campo magnético creado por una espira en su centro, obtenemos que:

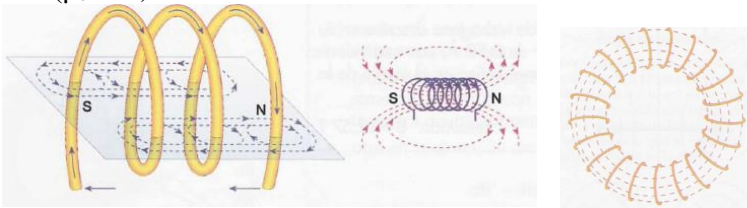
$$B = (\mu_0 I) / (2 R) = 4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 30 / (2 \cdot 5 \cdot 10^{-2}) = 3,77 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

Si imaginamos una espira y aplicamos la regla de la mano derecha, es decir, orientamos el pulgar de nuestra mano derecha apuntando en el sentido en el que avanzan las agujas del reloj (sentido horario) nos daremos cuenta que el resto de dedos muestran que la líneas de campo entran hacia adentro de la pantalla. Eso quiere decir que estaremos viendo la **cara sur** de la espira.

### CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UN SOLENOIDE.

Un **solenoid** se puede definir como un conjunto de corrientes circulares o espiras equidistantes y paralelas. Si disponemos de un solenoide (o bobina) de longitud  $L$  formado por  $N$  espiras atravesadas por una intensidad de corriente  $I$ , el campo magnético en un punto de su eje es el siguiente:

$$B = (\mu_0 N I) / L$$



### Ejemplo

Si sabemos que por un solenoide vacío de  $5 \text{ cm}$  circula una corriente eléctrica de  $12 \text{ A}$  y el campo magnético creado en su interior es  $0.1 \text{ T}$ . ¿De cuántas espiras está compuesto el solenoide?

$$L = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$$

$$I = 12 \text{ A}$$

$$B = 0.1 \text{ T}$$

$$\mu = \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{kg} / \text{C}^2$$

$$N = ?$$

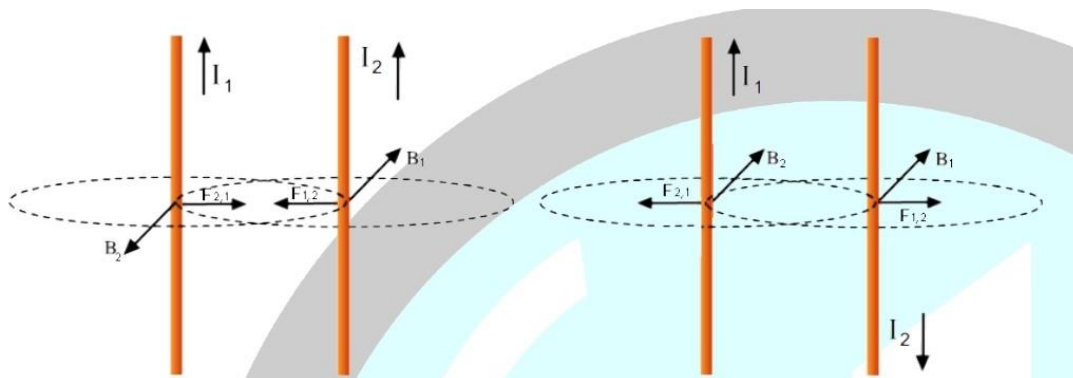
Para determinar el número de espiras basta con aplicar la fórmula del campo magnético generado en el interior de un solenoide y sustituir los valores que conocemos:

$$B = (\mu_0 N I) / L \quad N = (B L) / (\mu_0 I) = 332 \text{ espiras}$$

### Principio de superposición del campo magnético

El campo magnético cumple lo que se denomina principio de superposición:

El campo magnético producido por distintos agentes en un punto del espacio es la suma vectorial de los campos magnéticos producidos por cada uno de ellos individualmente.



**Dos corrientes paralelas del mismo sentido se atraen** con una fuerza directamente proporcional a las intensidades que circulan por los conductores e inversamente proporcional a la distancia que los separa.

**Si las intensidades tienen sentido contrario la fuerza entre los conductores es repulsiva.**

### Ejemplo

Dos corrientes rectilíneas y paralelas  $I_1 = 30 \text{ A}$  e  $I_2 = 60 \text{ A}$  se encuentran en el vacío separadas 6 cm de distancia. Determinar el valor del campo magnético generado en un punto situado en medio de ambas corrientes, si:

- $I_1$  e  $I_2$  tienen el mismo sentido.
- $I_1$  e  $I_2$  no tienen el mismo sentido.

$$I_1 = 30 \text{ A}$$

$$I_2 = 60 \text{ A}$$

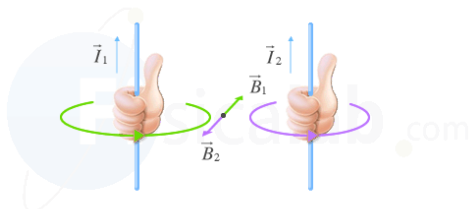
$$d_1 = d_2 = 6 \text{ cm} / 2 = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}$$

Para calcular el campo magnético en el punto medio situado entre ambas corrientes deberemos aplicar el principio de superposición. Esto implica que en primer lugar hay que determinar el campo magnético creado por cada una de las corrientes en dicho punto medio. Utilizando la expresión del campo generado por una corriente rectilínea estudiada en el apartado de la ley de Biot-Savart:

$$B_1 = (\mu_0 I) / (2 \pi d_1) = 2 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

$$B_2 = (\mu_0 I) / (2 \pi d_2) = 4 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

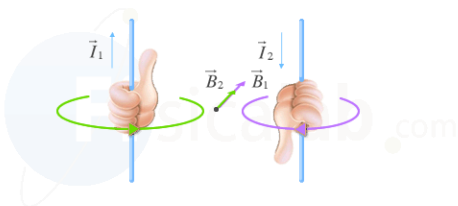
Si las corrientes tienen el mismo sentido, el campo  $B_1$  y  $B_2$  tendrán sentidos opuestos. Puedes comprobarlo utilizando la regla de la mano derecha.



Esto implica que, al tratarse de vectores, el módulo del campo magnético en dicho punto es la resta del mayor módulo y del menor y su sentido será el del mayor de los dos.

$$B = B_2 - B_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

Si las corrientes tienen distinto sentido, el campo  $B_1$  y  $B_2$  tendrán el mismo sentido. Puedes comprobarlo utilizando la regla de la mano derecha.



Esto implica que, al tratarse de vectores, el módulo del campo magnético en dicho punto es la suma de ambos módulos y su sentido será el de cualquiera de los dos.

$$B = B_2 + B_1 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

## LEY DE AMPÈRE.

El físico y matemático André-Marie Ampère (1775-1836) enunció uno de los principales teoremas del electromagnetismo que suele considerarse como el homólogo magnético del teorema de Gauss.

Si recuerdas bien, el **campo eléctrico es conservativo** lo que implica que su circulación a lo largo de una línea cerrada es nula:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\Delta V = 0$$

Como hemos visto anteriormente, las líneas de campo magnético generado por una corriente rectilínea son circulares y en general, al contrario que las líneas de campo eléctrico o gravitatorio, **no tienen comienzo ni final**. Sin embargo, **los campos magnéticos no son conservativos** y por tanto, la circulación a lo largo de una línea cerrada **no es nula** y viene dada por la **ley de Ampère**.

La ley de Ampère determina que la circulación del campo magnético a lo largo de una línea cerrada es equivalente a la suma algebraica de las intensidades de las corrientes que atraviesan la superficie delimitada por la línea cerrada, multiplicada por la permitividad del medio. En concreto para el vacío:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum I$$

Como puedes observar, la expresión incluye la suma de todas las intensidades que atraviesan la línea cerrada. Sin embargo, las intensidades pueden tener distintos sentidos y por ende unas se considerarán positivas y otras negativas. Para determinar el signo de las intensidades, en primer lugar es necesario determinar el vector de superficie formado por la línea cerrada. Para ello, haremos uso de la regla de la mano derecha tal y como se muestra en la siguiente figura.

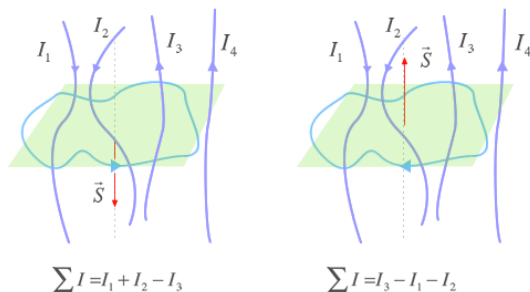


Sentido del vector de superficie de una línea cerrada

La circulación del campo a través de una línea cerrada delimita una superficie. Al igual que todas las superficies, puede ser representada por un vector de superficie perpendicular a esta y cuyo sentido, en nuestro caso, se puede determinar por medio de la regla de la mano derecha.

Si sitúas todos los dedos salvo el pulgar en el sentido que se realiza el camino, el pulgar te quedará en el sentido del vector superficie.

Si el sentido de las intensidades coincide con el sentido del vector superficie, la intensidad se considerará **positiva**, por ende, si se orienta en sentido contrario la intensidad se considerará **negativa**.



Suma de intensidades que circulan a través de una línea cerrada

Se consideran positivas las intensidades que circulan en el sentido del vector de superficie creado por la línea cerrada y negativas las que lo hacen en sentido contrario. En nuestro caso, dado que  $I_4$  no pasa a través de la línea cerrada no se tiene en cuenta.

La ley de Ampère nos proporciona una serie de ventajas a la hora de estudiar los campos magnéticos generados por corrientes eléctricas. En concreto:

Nos permite calcular el campo magnético generado por corrientes eléctricas cuando se producen ciertas condiciones y se elige una línea cerrada adecuada.

Dado que el campo magnético a lo largo de una línea cerrada no es nulo, **los campos magnéticos no son conservativos** y por tanto, **no existe un potencial escalar magnético**.

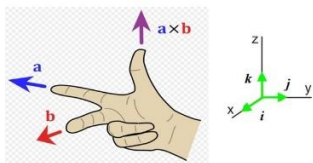
**La principal consecuencia de la ley de Ampere es que el campo magnético NO es conservativo, y por tanto no existirá un potencial magnético o una energía potencial magnética. Dicho resultado también puede deducirse del carácter de las líneas de fuerza del campo magnético, que son cerradas, a diferencia de las de los campos gravitatorio o eléctrico, que son abiertas.**



# RESUMEN-RECORDATORIO

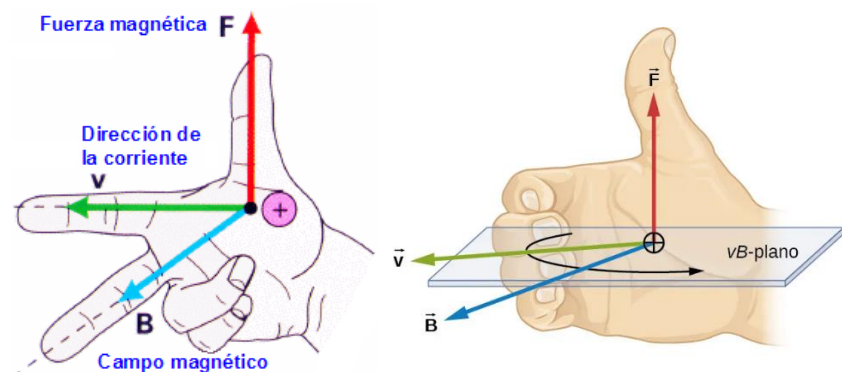
Aunque pueda parecer difícil, no lo es tanto, sólo hay que recordar las expresiones para cada caso y tener muy clara la regla de la mano derecha

## Regla de la mano derecha



Producto vectorial

## CÁLCULO DE FUERZAS MAGNÉTICAS

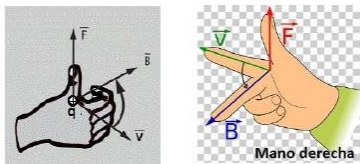


### Fuerza sobre cargas móviles situadas en campos magnéticos:

- Sobre una carga móvil:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Dirección y sentido:  
(para carga +)

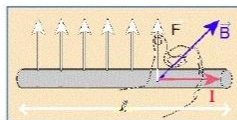


Módulo:  $F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$

- Sobre un conductor rectilíneo:

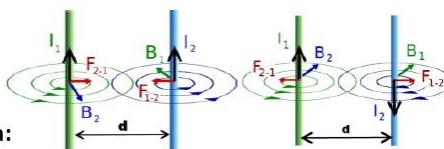
$$\vec{F} = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B}) \quad \text{Módulo: } F = I \cdot \ell \cdot B \cdot \sin\alpha$$

Dirección y sentido:



- Entre dos conductores rectilíneos indefinidos:

$$F_{12} = I_2 \cdot l \cdot B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2 \cdot \pi \cdot d}; \quad \frac{F}{l} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot d}$$

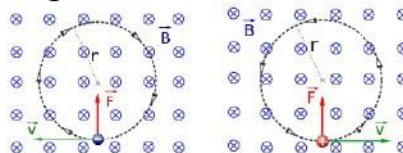


- Momento de fuerza (par de fuerzas) sobre una espira:

$$\vec{M} = I \cdot (\vec{S} \times \vec{B}) \quad \text{Módulo: } M = I \cdot S \cdot B \cdot \sin\alpha$$

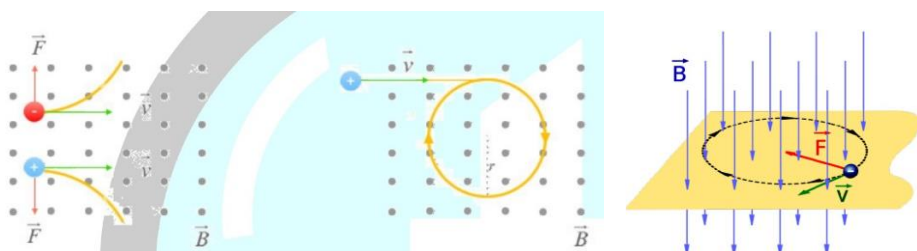
### Partícula cargada que entra perpendicular a un campo magnético:

$$F_{\text{centrípeta}} = F_{\text{magnética}}; \quad q \cdot v \cdot B \cdot \sin 90^\circ = m \cdot v^2 / r; \quad r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$



Una partícula cargada que atraviesa un campo magnético uniforme en dirección perpendicular a dicho campo describe un movimiento circular uniforme cuyo sentido dependerá del signo de la particular cargada.

La Fuerza magnética se iguala a la Fuerza centrípeta originada por el movimiento circular. Pudiendo calcular el Radio de curvatura del movimiento.



**MUY IMPORTANTE (Sale mucho)**

- Si existen campos eléctrico y magnético:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q \cdot \vec{E} + q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Si la partícula lleva **M.R.U** :  $\vec{F}_e + \vec{F}_m = 0$



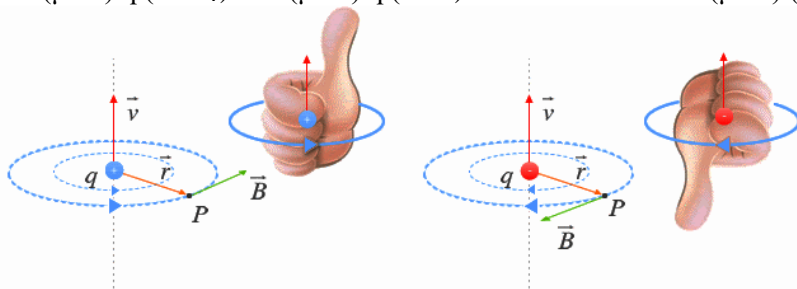
**FUENTES DEL CAMPO MAGNÉTICO: CÁLCULO DE B**



**CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UNA CARGA MÓVIL PUNTUAL.**

Si una carga q se mueve con una velocidad v generará un campo magnético B cuya intensidad en un punto cualquiera P vendrá dada por la siguiente expresión:

$$B = (\mu/4\pi) q (\mathbf{v} \times \mathbf{u}_r)/r^2 = (\mu/4\pi) q (\mathbf{v} \times \mathbf{r})/r^3 \quad \text{Módulo } B = (\mu/4\pi) (q v \text{ sen}(\nu,r))/r^2$$



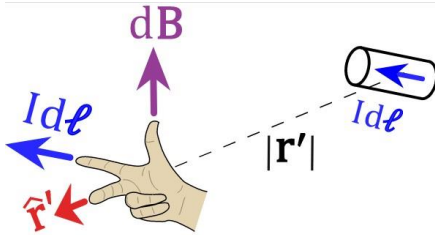
**Sentido del campo magnético creado por una carga puntual**

Si situas el pulgar de la mano derecha sobre la dirección del vector velocidad podrás determinar el sentido del campo magnético de la siguiente forma:

Si la carga en movimiento es positiva orienta el pulgar en el mismo sentido que el vector velocidad y sentido contrario si la carga es negativa, el resto de dedos determinará el sentido del vector campo magnético. Esto se conoce como la **regla de la mano derecha**.

**CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR CORRIENTES ELÉCTRICAS**

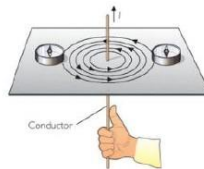
**Ley de Biot-Savart**

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$


**Fuentes del campo magnético:**

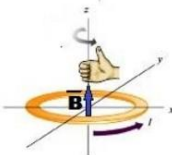
- Creado por una corriente rectilínea indefinida:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$



- Creado por una espira en su centro:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot R}$$

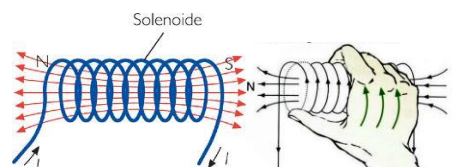
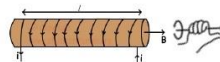


Si hay N espiras:  $B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{2 \cdot R}$

- Creado por un solenoide en su interior:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{l} = \mu_0 \cdot I \cdot n$$

$n = N/l$



## 5. Ley de Ampère

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$  La integral de línea de B (circulación) a lo largo de un camino cerrado depende únicamente de las corrientes encerradas por esa curva.

Para decidir el signo de las corrientes encerradas (sentido opuesto cambia el signo) se utiliza la regla de la mano derecha: con los dedos en el sentido de integración, el pulgar señala las corrientes positivas.

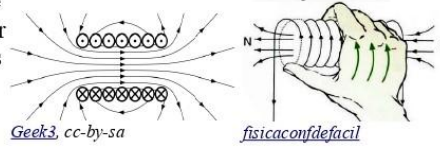
### 5.1 Aplicaciones ley de Ampère

De manera análoga a ley de Gauss para campo eléctrico, esta ley con una selección adecuada del recorrido de integración, nos permite calcular el campo magnético en ciertas situaciones (más: toroide, interior conductor)

$B = \frac{\mu_0 N I}{l}$  Campo en interior **solenoides** (radio despreciable frente a longitud bobina l), válido para el interior del solenoide, donde es uniforme. Sentido líneas

de campo de solenoide: mismo criterio que en espiras.

$B = \frac{\mu_0 N I}{2r}$  **Agrupación N espiras muy próximas** (no confundir con solenoide): válido para el centro de la agrupación de espiras.



## 7.2 Analogías y diferencias entre campos gravitatorio, eléctrico y magnético

Visión completa tras haber visto campo gravitatorio y eléctrico con anterioridad, amplía lo visto entre ellos.

	Gravitatorio	Eléctrico	Magnético
<b>Ley asociada</b>	Gravitación	Coulomb	Biot-Savart / Lorentz
<i>Fuente del campo</i>	Masa	Carga	Movimiento carga/corriente eléctrica <sup>(1)</sup>
<i>Afecta a cuerpos</i>	Con masa <sup>(2)</sup>	Con carga	Con carga que esté en movimiento <sup>(1)</sup>
<i>Dependencia distancia</i>	1/R <sup>2</sup>	1/R <sup>2</sup>	1/R <sup>2</sup>
<i>Dependencia medio</i>	No, G universal	Sí, ε, permitividad	Sí, μ, permeabilidad magnética
<i>Dirección fuerzas</i>	Centrales	Centrales	Perpendiculares a vector que va de fuente de campo al punto donde se ejerce fuerza
<i>Sentido fuerza</i>	Siempre atractiva	Atractiva/repulsiva, según signos cargas	Atractiva y repulsiva, según sentido corriente
Conservativo	Sí	Sí	No
Energía potencial	Sí, negativa	Sí, positiva o negativa	No <sup>(3)</sup>

(1) También es fuente de campo el momento magnético de partículas, y también les afecta a ellas.

(2) En relatividad la gravedad también afecta a la luz, que no tiene masa

(3) A veces se define energía potencial magnética de un momento dipolar magnético en función de su orientación dentro de un campo magnético uniforme

# EJEMPLOS RESUELTOS PAU

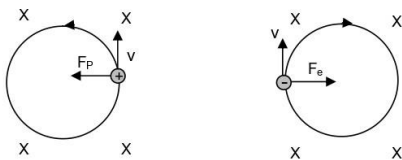
## Ejemplo 1

En una región del espacio donde existe un campo magnético uniforme, se observa la existencia de un electrón y un protón que tienen trayectorias circulares con el mismo radio. ¿Serán también iguales los módulos de sus velocidades lineales? ¿Recorrerán sus trayectorias con el mismo sentido de giro? Razona tus respuestas.

Datos  $Q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $Q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Solución:

Aplicando la expresión que nos da la fuerza de Lorentz:  $F = q \vec{v} \wedge \vec{B}$ , deducimos que para que la trayectoria sea circular la velocidad y el campo magnético han de ser perpendiculares. Además, y debido a que tienen carga de signo opuesto, las trayectorias del protón y del electrón deberán curvarse en sentido contrario:



El radio de la trayectoria lo obtendremos aplicando la ecuación que regula la dinámica del movimiento circular uniforme:

$$F_N = m a_N = m \frac{v^2}{R}$$

$$q v B = m \frac{v^2}{R}$$

$$R = \left( \frac{m}{q B} \right) v$$

Por tanto si ambos radios son iguales tendremos, y teniendo en cuenta que sus cargas son (en valor absoluto) iguales, tendremos:

$$R_p = \left( \frac{m_p}{q_p B} \right) v_p$$

$$R_e = \left( \frac{m_e}{q_e B} \right) v_e$$

$$\left. \begin{array}{l} R_p = \left( \frac{m_p}{q_p B} \right) v_p \\ R_e = \left( \frac{m_e}{q_e B} \right) v_e \end{array} \right\} \frac{m_p}{q_p B} v_p = \frac{m_e}{q_e B} v_e$$

$$v_p m_p = v_e m_e$$

$$v_p = \frac{m_e}{m_p} v_e = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} v_e = 5,5 \cdot 10^{-4} v_e$$

$$v_p = 5,5 \cdot 10^{-4} v_e$$

## Ejemplo 2

En una región del espacio coexisten un campo eléctrico y otro magnético, ambos uniformes y con líneas de campo perpendiculares entre sí, cuyas magnitudes respectivas son  $E = 3,4 \cdot 10^4 \text{ V/m}$  y  $B = 2 \cdot 10^{-2} \text{ T}$ . Si en esta región se observa que una carga  $Q$  se mueve con velocidad constante  $v$  y con una trayectoria perpendicular a las líneas de campo magnético, se pide:

a) Representar gráficamente las orientaciones relativas de los vectores  $E$ ,  $v$  y  $B$ .

b) Calcular la velocidad de la carga

Solución:

Suponemos que la carga considerada tiene signo positivo. Para que mantenga una trayectoria rectilínea en el seno de un campo eléctrico y otro magnético cruzados, deberá de cumplirse que las fuerzas resultantes de la interacción con ambos campos sean iguales y de sentidos contrarios:

$$F_B = F_E$$

$$q v B = q E$$

$$v = \frac{E}{B} = \frac{3,4 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{N}}{\text{C m s}^{-1}}} = 1,7 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

## Ejemplo 3

Una carga negativa penetra en una región con un campo eléctrico y otro magnético sin desviarse. Si la partícula fuera positiva, ¿se desviaría?, ¿y si lo hiciera, hacia dónde se desviaría? Justifica la respuesta.

Si la partícula con carga negativa no se desvía, es porque la fuerza eléctrica y la fuerza magnética se compensan.

Por ejemplo, si la partícula se mueve horizontalmente hacia la derecha y el campo eléctrico es vertical hacia abajo, la fuerza eléctrica es vertical y hacia arriba (la carga es negativa) y la fuerza magnética debe ser vertical y hacia abajo. Entonces, el campo magnético será perpendicular al plano que definen la velocidad y el campo eléctrico, tal que:

$$F_E \square F_M \square \square 0 \quad \square \quad F_E \square \square F_M \quad \square \square \quad q \square E \square \square q \square v \square B \quad \square \quad E \square v \square B$$

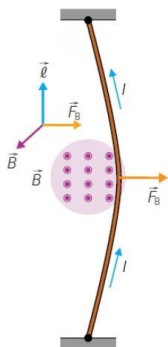
En nuestro caso, para que esto ocurra el campo magnético debe entrar en el papel.

Si la carga es un protón el resultado no varía, porque en este caso la fuerza eléctrica estaría dirigida hacia abajo, en el sentido del campo eléctrico, y la fuerza magnética estaría dirigida hacia arriba. Igual que en el caso anterior, la fuerza neta sería nula.

#### Ejemplo 4

Considera un conductor rectilíneo indefinido por el que circula una corriente eléctrica  $I = 1 \text{ A}$  en el interior de un campo magnético uniforme  $B = 4 \text{ T}$ . Si el conductor está dispuesto perpendicular al campo magnético:

- Dibuja en un esquema el campo  $B$ , el conductor (indicando el sentido de la corriente) y la fuerza que ejerce el campo magnético sobre el conductor.
- Calcula el módulo de la fuerza que ejerce el campo magnético sobre un trozo de conductor rectilíneo de longitud  $\ell = 2 \text{ m}$ .
- Y si se coloca el conductor paralelo al campo magnético, ¿cuánto valdría el módulo de la fuerza?



- Respuesta gráfica. La fuerza que ejerce el campo magnético sobre el conductor es perpendicular tanto al campo magnético como al conductor.
- La fuerza que ejerce el campo magnético sobre el conductor viene dada por la siguiente expresión:

$$\vec{F}_B = I \cdot \vec{\ell} \times \vec{B} \rightarrow F = I \cdot \ell \cdot B = 1 \text{ A} \cdot 2 \text{ m} \cdot 4 \text{ T} = 8 \text{ N}$$

- Si el conductor se coloca paralelo al campo, no existirá ninguna fuerza magnética, puesto que el producto vectorial de la expresión anterior será cero, ya que ambos vectores formarán  $0^\circ$  o  $180^\circ$ .

$$\vec{F}_B = I \cdot \vec{\ell} \times \vec{B} \rightarrow F = I \cdot \ell \cdot B \cdot \sin 0^\circ = 0$$

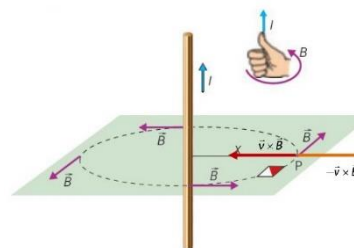
#### Ejemplo 5

Sea un hilo recto recorrido por una corriente eléctrica  $I$ . Una carga eléctrica negativa se mueve paralela y próxima al hilo en el mismo sentido que la corriente. Indica si será atraída o repelida por el hilo.

El hilo genera a su alrededor un campo magnético. Las líneas del campo definen un plano perpendicular al hilo. Si la carga se mueve paralelamente al hilo, sufrirá una fuerza de Lorentz, pues su velocidad y campo magnético son perpendiculares.

$$F_B = qvB$$

El producto vectorial de la velocidad por el campo magnético tiene dirección hacia el hilo. Por tanto, como la carga es negativa, sufrirá una fuerza hacia fuera, es decir, será repelida por el hilo.



#### Ejemplo 6

Tenemos dos hilos conductores, rectos, paralelos y de longitud infinita en el vacío separados una distancia  $d = 2 \text{ m}$ . Por los conductores circula corriente en el mismo sentido y la fuerza medida a lo largo del cable es de  $12 \cdot 10^{-7} \text{ N/m}$ .

- Si por el conductor 1 pasa una corriente  $I_1 = 3 \text{ A}$ . Calcula la corriente que pasa por el conductor 2.
- Calcula el campo magnético en un punto P situado entre los cables a  $d/4$  del conductor 1.
- Representa gráficamente las fuerzas por unidad de longitud en los hilos y el campo en el punto P.

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m/A}$ .

- Como las corrientes tienen el mismo sentido, aparece una fuerza de atracción entre los hilos. La fuerza por unidad de longitud se puede expresar así:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d}$$

De esta expresión podemos deducir el valor de  $I_2$ .

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} \rightarrow I_2 = \frac{F}{L} \cdot \frac{2\pi \cdot d}{\mu_0 \cdot I_1} = 12 \cdot 10^{-7} \text{ N/m} \cdot \frac{2\pi \cdot 2 \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot 3 \text{ A}} = 4 \text{ A}$$

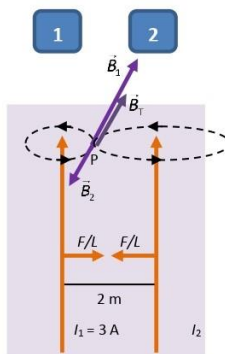
- El campo magnético total en el punto pedido se calcula a partir de los campos magnéticos que crea cada conductor:

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

Como las corrientes tienen el mismo sentido, en medio de ambas los campos magnéticos tendrán la misma dirección y sentidos opuestos. El módulo del campo magnético total se obtiene entonces restando los módulos de ambos campos magnéticos.

$$B_T = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot \frac{d}{4}} - \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot \left(d - \frac{d}{4}\right)} = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot \frac{d}{4}} - \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot \frac{3 \cdot d}{4}} = \frac{4 \cdot \mu_0}{2\pi \cdot d} \cdot \left(I_1 - \frac{I_2}{3}\right) = \frac{4 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}}{2\pi \cdot 2 \text{ m}} \cdot \left(3 \text{ A} - \frac{4 \text{ A}}{3}\right) = 6,6 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

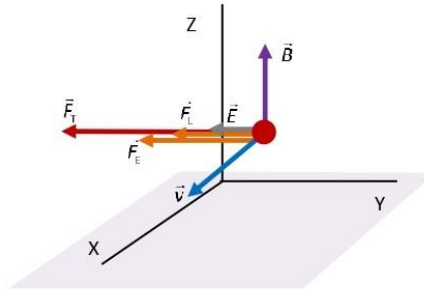
- Respuesta en el esquema de la derecha.



### Ejemplo 7

Una partícula cargada de  $4 \mu\text{C}$  entra en una región del espacio en la que coexisten un campo eléctrico uniforme  $\vec{E} = 3\hat{j} \text{ N/C}$  y un campo magnético uniforme  $\vec{B} = 2 \text{ kT}$  con una velocidad  $\vec{v} = 10\hat{i} \text{ m/s}$ . Calcula la fuerza total que actúa sobre la partícula. Haz un esquema.

La partícula sufre una fuerza eléctrica con dirección horizontal y hacia la izquierda, en el mismo sentido que el campo eléctrico, puesto que la carga eléctrica es positiva. Además, sufre una fuerza magnética que es perpendicular tanto a la velocidad como al campo magnético. Es decir, tiene la dirección que se muestra en el esquema, en la dirección negativa del eje Y.



Calculamos la fuerza eléctrica:

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot (3\hat{j} \text{ N/C}) = 1,2 \cdot 10^{-5} \hat{j} \text{ N}$$

Calculamos la fuerza magnética:

$$\vec{F}_B = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot (10\hat{i} \text{ m/s} \times 2 \cdot 10^3 \hat{k} \text{ T}) = -8 \cdot 10^{-6} \hat{j} \text{ N}$$

Como ambas tienen la misma dirección y sentido, la fuerza total que actúa sobre la partícula vendrá dada por la suma vectorial de estas dos fuerzas:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_E + \vec{F}_B = 1,2 \cdot 10^{-5} \hat{j} \text{ N} - 8 \cdot 10^{-6} \hat{j} \text{ N} = 4 \cdot 10^{-6} \hat{j} \text{ N}$$

### Ejemplo 8

41. Los axones son una parte de las neuronas que transmiten el impulso nervioso. Por un axón circula una corriente eléctrica produciendo un campo magnético equivalente al que produciría un hilo conductor rectilíneo e infinito. Tenemos dos axones paralelos por los que circula una corriente de  $1,5 \cdot 10^{-5} \text{ A}$  en el mismo sentido.

a) Haz un esquema en el que se represente el campo magnético que produce cada axón en la posición que ocupa el otro y la fuerza que actúa sobre cada uno causada por la corriente que circula por el otro.

b) Calcula el módulo de la fuerza que actúa sobre 2 cm del axón 2 si el campo magnético que produce el axón 1 en la posición del axón 2 es  $10^{-10} \text{ T}$ .

a) Respuesta en el esquema adjunto.

b) La fuerza magnética ejercida sobre un conductor depende del valor del campo magnético creado en la posición del conductor:

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \rightarrow \vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \cdot B = (I \cdot t) \cdot \vec{v} \cdot B = I \cdot t \cdot v \cdot B \rightarrow$$

$$\rightarrow F = I \cdot L \cdot B = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ A} \cdot 0,02 \text{ m} \cdot 10^{-10} \text{ T} = 3 \cdot 10^{-17} \text{ N}$$

