

LA INTERACCIÓN GRAVITATORIA 02

INTENSIDAD DE LOS CAMPOS GRAVITATORIOS

Por definición, la intensidad del campo gravitatorio se puede expresar como la fuerza soportada por la masa testigo entre el valor de la misma, o sea el cociente de la fuerza soportada por la masa testigo (F) entre esa masa testigo (m). Se representa por E_g o g (vectores). Tu profesor le llama E_g . y luego g .

El campo \vec{g} creado por una distribución de masa esférica viene dado, en cada punto fuera de la esfera, por un campo vectorial que apunta hacia el centro de la esfera:

Expresión de la intensidad del campo gravitatorio creado por una masa en un punto.

$$\vec{F} = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}$$

Intensidad del campo gravitatorio en el punto P:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$
$$\vec{g} = \frac{-G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}}{m}$$
$$\vec{g} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}$$

El diagrama ilustra un cuerpo esférico de masa M (rojo) y un punto P (azul) a una distancia r. Se muestran los vectores de fuerza F y campo gravitatorio g, ambos apuntando hacia el centro del cuerpo M.

Se mide en Newtons por kilogramo (N/kg).

El signo menos indica que el campo gravitatorio tiene carácter atractivo.

Es importante que te des cuenta de que, tal como se ha definido, el campo gravitatorio en un punto no depende del valor de la masa "m" que lo soporta; de hecho, el campo existe aunque la masa "m" no se encuentre allí. Por el contrario, el valor del campo sí depende de la masa que lo crea (M) y la distancia a la posición de ésta (R o r).

Plantéate el siguiente ejemplo: Piensa en algo que estés viendo en este momento, por ejemplo, un lápiz. El valor del campo gravitatorio en ese punto es aproximadamente 9.8 N/kg (hablamos del módulo de g), y ese valor no depende de si está el lápiz allí o no, sólo depende de la masa que creó el campo (la Tierra, M_T) y el lugar donde se mide (cerca de la superficie, R_T).

La intensidad del campo gravitatorio en un punto viene determinada por la aceleración que experimenta un objeto colocado en dicho punto.

Esta aceleración es independiente de la masa del objeto. Depende de la masa que crea el campo y la distancia del punto considerado.

La dirección de la intensidad del campo (aceleración gravitatoria) es la que pasa por el centro de masa del cuerpo que crea el campo y el punto del espacio donde se está considerando el valor del campo.

El sentido de la intensidad del campo (aceleración gravitatoria) es hacia el centro de masas que crea el campo.

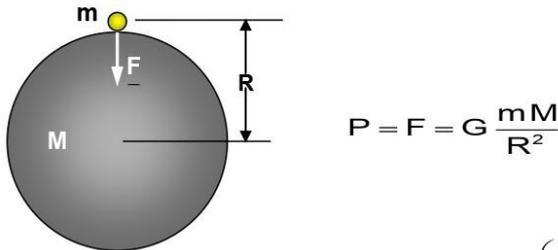
Si M es muy grande respecto de m y r es pequeño (por ejemplo, un cuerpo sobre la superficie de un planeta). Entonces la aceleración es la de la gravedad, que se ha venido expresando como g.

Si M es muy grande respecto de m y r es grande (por ejemplo un planeta alrededor del Sol o un satélite alrededor de un planeta). Entonces la aceleración es centrípeta, resultado de la fuerza central que el cuerpo M está ejerciendo sobre el cuerpo m.

En el caso de la Tierra y en módulo sería:

Ley de Gravitación y aceleración de la gravedad

Llamamos peso a la fuerza con que la Tierra atrae a un cuerpo situado en su superficie.



La expresión anterior se puede escribir en la forma: $P = m \left(\frac{GM}{R^2} \right)$

La expresión encerrada entre paréntesis depende únicamente de datos propios del astro considerado, tales como su masa o su radio y se corresponde con la aceleración de la gravedad, g .

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

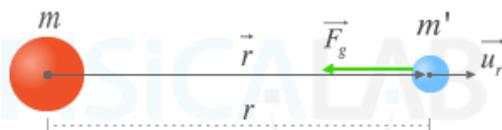
Para la Tierra ($M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ y $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$): $g = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \frac{5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6,37 \cdot 10^6)^2 \text{ m}^2} = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Por tanto, podemos escribir: $P = m g$

Observa que la intensidad de campo gravitatorio es la magnitud que define al campo desde un punto de vista dinámico, es decir, de las fuerzas que actúan sobre los cuerpos. Por otro lado, observa la similitud que guarda la expresión anterior con la segunda ley de Newton. No es casual que la unidad de medida para el campo gravitatorio (o intensidad de campo gravitatorio) coincida con la unidades de medida de la aceleración: $\text{N/kg} = \text{m/s}^2$. De ahí que, en ocasiones, se le denomina también **aceleración de la gravedad**.

Observa que cuando dejamos un cuerpo en el seno de un campo gravitatorio, este tenderá a moverse en el mismo sentido del campo (si no existen más fuerzas actuando sobre él) ya que la fuerza gravitatoria que aparece, y por tanto, la aceleración, tendrán igual sentido.

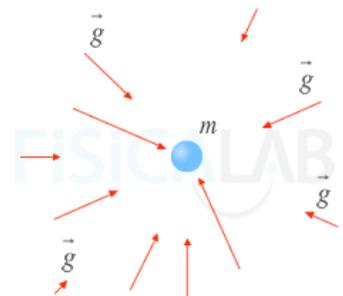
En la siguiente imagen puedes distinguir los **elementos que intervienen en el campo gravitatorio**:



Campo gravitatorio generado por una masa puntual

El vector intensidad de campo gravitatorio creado por una masa puntual tiene las siguientes propiedades:

- Su *sentido* se orienta hacia la masa que genera el campo, tal y como indica el signo - de la expresión.
- Depende de la masa que lo crea y es *independiente de la masa o masas a las que pueda afectar*
- Su valor se reduce con el cuadrado de la distancia, siendo es el mismo para todas las partículas que se sitúan a una determinada distancia de la masa generadora. Dicho con otras palabras: *tiene simetría esférica*
- Tiene *dirección radial*, como indica el vector.



Ejemplo

Una masa de 8 kg está situada en el origen. Calcular la intensidad del campo gravitatorio en el punto (2,1) m y la fuerza con que atraería a una masa m de 2 kg.

a) La intensidad del campo gravitatorio la calculamos mediante: $\vec{g} = \frac{-Gm}{r^2} \hat{r}$, por tanto:

$$\vec{g} = \frac{-Gm}{r^2} \hat{r} = 1,0672 \cdot 10^{-10} \hat{r} \text{ N} \cdot \text{Kg}^{-1}$$

El vector \hat{r} , es el vector unitario en la dirección de \vec{r} .

$$\vec{r} = (2,1) \Rightarrow r = \sqrt{5} \Rightarrow \hat{r} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$$

Por tanto \vec{g} será:

$$\vec{g} = \frac{-Gm}{r^2} \hat{r} = \frac{-Gm}{r^2} \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \hat{i}, \frac{1}{\sqrt{5}} \hat{j} \right) = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 8 \text{ kg}}{5 \text{ m}^2} \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \hat{i}, \frac{1}{\sqrt{5}} \hat{j} \right) = (-9,55 \cdot 10^{-11} \hat{i} - 4,77 \cdot 10^{-11} \hat{j}) \text{ N} \cdot \text{Kg}^{-1}$$

b) Para calcular la fuerza con la que atraería a una masa de dos kilos colocada en dicho punto, aplicamos la ley de la gravitación universal:

$$\vec{F} = \frac{-G \cdot M \cdot m}{r^2} \hat{r} = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 8 \text{ kg} \cdot 2 \text{ kg}}{5 \text{ m}^2} \hat{r} = 2,134 \cdot 10^{-10} \hat{r} \text{ N}$$

Que al igual que antes, nos dará:

$$\vec{F} = \frac{-G \cdot M \cdot m}{r^2} \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \hat{i}, \frac{1}{\sqrt{5}} \hat{j} \right) = (-1,909 \cdot 10^{-10} \hat{i} - 9,541 \cdot 10^{-10} \hat{j}) \text{ N}$$

Intensidad de campo creado por una esfera

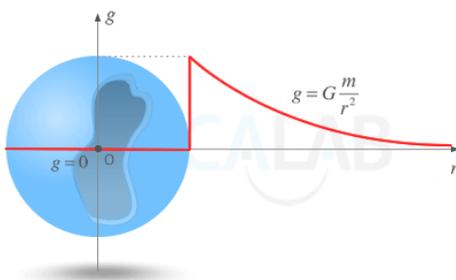
Lo cierto es que en el mundo real no existen partículas puntuales sino cuerpos con simetría esférica que, según las circunstancias, podemos considerar partículas puntuales. Sin embargo, los resultados obtenidos para el caso de las esferas son muy similares a los ya estudiados. Consideraremos un cuerpo esférico de masa m y distinguiremos varios casos:

Corteza esférica homogénea

Se trata de un cuerpo esférico hueco cuya masa se encuentra distribuida de manera uniforme en la capa más superficial.

Campo en el exterior: La intensidad del campo gravitatorio en un punto P cualquiera del exterior de una corteza esférica a una distancia r de su centro es el mismo que el que originaría una partícula puntual situada en el centro de la esfera.

Campo en el interior: La intensidad del campo gravitatorio en un punto P cualquiera del interior de una corteza esférica es nulo.



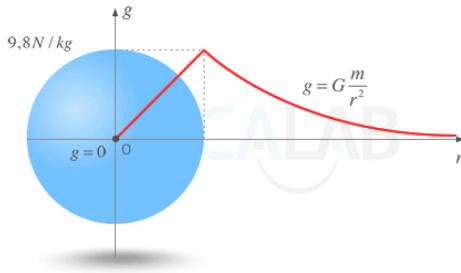
Esfera sólida homogénea

Se trata de un cuerpo macizo con forma esférica cuya masa se encuentra distribuida de manera uniforme a lo largo de todo su volumen. Se puede considerar desde el punto de vista teórico como una sucesión de infinitas cortezas esféricas

de distinto tamaño unas encajadas en las otras.

Campo en el exterior: La intensidad del campo gravitatorio en un punto P cualquiera del exterior de una esfera sólida a una distancia r de su centro es el mismo que el que originaría una partícula puntual situada en el centro de la esfera:

Campo en el interior: La intensidad del campo gravitatorio en un punto P del interior de la esfera sólida situado a una distancia r' del centro varía linealmente conforme a r':

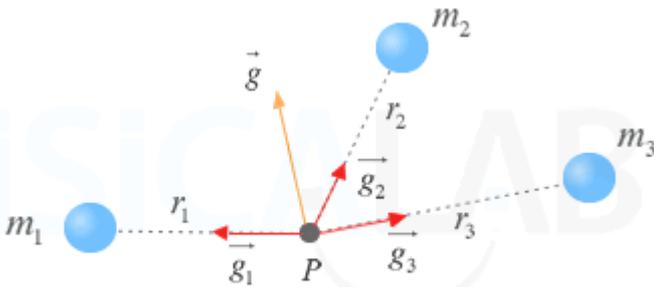


Intensidad de campo creada por varias masas

(Principio de superposición)

Cuando queremos calcular el campo generado por varias masas, ya sean estas puntuales o no, podemos aplicar el principio de superposición.

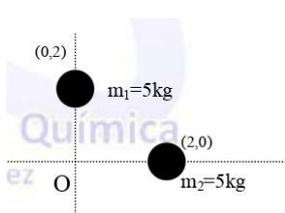
La intensidad del campo gravitatorio de un sistema de n masas en un punto se calcula sumando vectorialmente los campos individuales que produce cada una de las masas individuales en dicho punto:



Podemos obtener el campo gravitatorio generado por un conjunto de partículas en un punto sumando las contribuciones de cada uno de los campos que crea cada partícula por si sola.

Ejemplo

Dos masas de 5 kg se encuentran en los puntos (0,2) m y (2,0) m. Calcular la intensidad de campo gravitatorio en el origen.



- a) Calculamos primero el campo creado por cada una de ellas en el origen de coordenadas:

$$\vec{g}_{m_1} = \frac{-Gm}{y^2} \hat{j} = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 5 \text{ kg}}{4 \text{ m}^2} \hat{j} = 8,334 \cdot 10^{-11} \hat{j} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$$

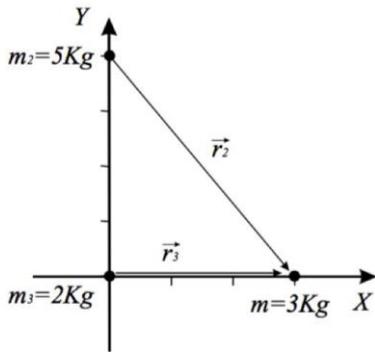
$$\vec{g}_{m_2} = \frac{-Gm}{x^2} \hat{i} = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 5 \text{ kg}}{4 \text{ m}^2} \hat{i} = 8,334 \cdot 10^{-11} \hat{i} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Aplicando el principio de superposición, tenemos:

$$\vec{g} = \vec{g}_{m_1} + \vec{g}_{m_2} = 8,334 \cdot 10^{-11} (\hat{i} + \hat{j}) \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Otro Ejemplo de tu profe

Ejemplo: Calcular la fuerza resultante que ejercen sobre una masa de 3Kg, situada en el punto de coordenadas (3,0)m, las masas m2 = 5kg, situada en (0,4)m, y m3 = 2kg, situada en (0,0)m. (Dato: G=6.67·10⁻¹¹S.I.)



Hemos de aplicar la ley de la Gravitación para calcular la fuerza que cada masa ejerce sobre m , pues

$$\vec{F}_g = \vec{F}_{g_2} + \vec{F}_{g_3} = -G \cdot \frac{m \cdot m_2}{r_2^2} \cdot \vec{u}_2 - G \cdot \frac{m \cdot m_3}{r_3^2} \cdot \vec{u}_3$$

$$\vec{r}_2 = (3,0) - (0,4) = (3, -4) \text{ m} \rightarrow \vec{u}_2 = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5} \right);$$

$$\vec{u}_3 = (1,0);$$

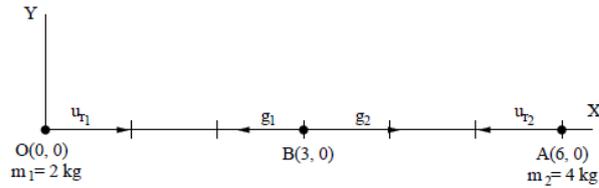
$$\vec{F} = -G \cdot \left(\frac{3 \cdot 5}{5^2} \cdot \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5} \right) + \frac{3 \cdot 2}{3^2} \cdot (1,0) \right)$$

$$\vec{F} = (-6.85 \cdot 10^{-11}, 3.2 \cdot 10^{-11}) \text{ N}$$

Otro ejemplo

Una partícula de masa $m_1 = 2 \text{ kg}$ está situada en el origen de un sistema de referencia y otra partícula de masa $m_2 = 4 \text{ kg}$ está colocada en el punto $A(6,0)$. Calcula el campo gravitatorio en los puntos de coordenadas $B(3,0)$ y $C(3,4)$ y la fuerza que actúa sobre una partícula de 3 kg de masa situada en el punto C .

Aplicando el principio de superposición, el campo gravitatorio en un punto es igual a la suma vectorial de los campos individuales que actúan en ese punto.



a) Campo gravitatorio en el punto B(3,0).

$$\vec{g}_1 = -G \frac{m_1}{r_1^2} \vec{u}_{r_1} = -G \frac{2}{3^2} \vec{i} = -G \frac{2}{9} \vec{i}$$

$$\vec{g}_2 = -G \frac{m_2}{r_2^2} \vec{u}_{r_2} = -G \frac{4}{3^2} (-\vec{i}) = G \frac{4}{9} \vec{i}$$

Sumando:

$$\vec{g}_B = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = -G \frac{2}{9} \vec{i} + G \frac{4}{9} \vec{i} = G \frac{2}{9} \vec{i} = 1,48 \cdot 10^{-11} \vec{i} \text{ N/kg}$$

b) Campo gravitatorio en el punto C(3,4). El punto C está situado a la misma distancia de cada una de las partículas, aplicando el teorema de Pitágoras: $d = 5$ m. Los módulos de los campos creados por cada una de las partículas son:

$$g_1 = G \frac{m_1}{r_1^2} = G \frac{2}{5^2} = G \frac{2}{25}$$

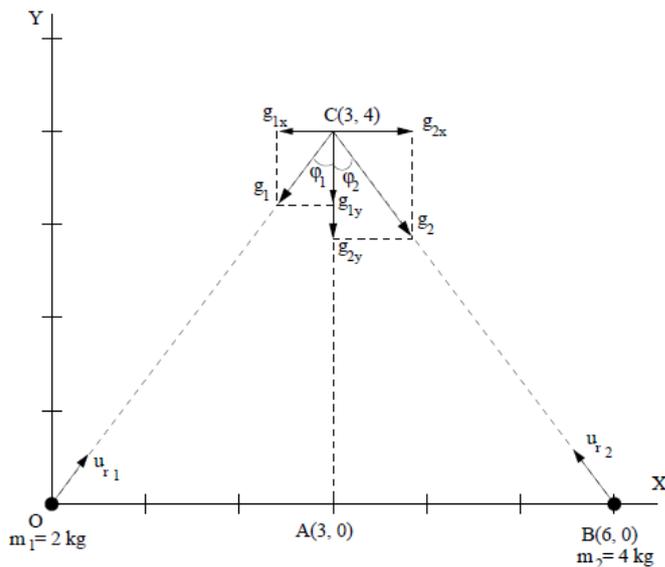
$$g_2 = G \frac{m_2}{r_2^2} = G \frac{4}{5^2} = G \frac{4}{25}$$

Teniendo en cuenta la figura para determinar las relaciones trigonométricas de los respectivos ángulos y aplicando el principio de superposición, se tiene:

$$\vec{g}_{1x} = g_1 \cdot \sin \varphi_1 \cdot (-\vec{i}) = -G \frac{2}{25} \frac{3}{5} \vec{i} = -G \frac{6}{125} \vec{i}$$

$$\vec{g}_{2x} = g_2 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \vec{i} = G \frac{4}{25} \frac{3}{5} \vec{i} = G \frac{12}{125} \vec{i}$$

$$\vec{g}_x = G \frac{6}{125} \vec{i}$$



$$\vec{g}_{1y} = \vec{g}_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot (-\vec{j}) = -G \frac{2}{25} \frac{4}{5} \vec{j} = -G \frac{8}{125} \vec{j}$$

$$\vec{g}_{2y} = \vec{g}_2 \cdot \cos \varphi_2 \cdot (-\vec{j}) = -G \frac{4}{25} \frac{4}{5} \vec{j} = -G \frac{16}{125} \vec{j}$$

$$\vec{g}_y = -G \frac{24}{125} \vec{j}$$

Sustituyendo:

$$\vec{g}_C = \vec{g}_x + \vec{g}_y = (3,20 \cdot 10^{-12} \vec{i} - 12,8 \cdot 10^{-12} \vec{j}) \text{ N/kg}$$

$$|\vec{g}_C| = \sqrt{g_x^2 + g_y^2} = \sqrt{(3,20 \cdot 10^{-12})^2 + (12,8 \cdot 10^{-12})^2} = 1,32 \cdot 10^{-11} \text{ N/kg}$$

c) La fuerza que actúa sobre la partícula colocada en el punto C es:

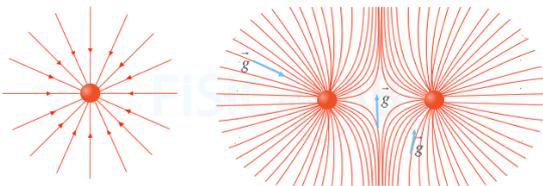
$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}_C = 3 \cdot (3,20 \cdot 10^{-12} \vec{i} - 12,8 \cdot 10^{-12} \vec{j}) = 9,6 \cdot 10^{-12} \vec{i} - 38,4 \cdot 10^{-12} \vec{j} \text{ N/kg}$$

$$|\vec{F}| = m \cdot |\vec{g}_C| = 3 \cdot 1,32 \cdot 10^{-11} = 3,96 \cdot 10^{-11} \text{ N}$$

Líneas de fuerza

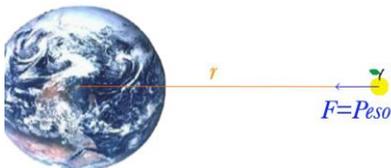
Las líneas de fuerza, también denominadas líneas de campo, nos permiten visualizar la forma en que se distribuye la intensidad del campo gravitatorio en el espacio. Ten en cuenta las siguientes propiedades si debes trazarlas:

- Se trata de líneas continuas
- En cuanto a la dirección, son tangentes en cada punto al vector intensidad de campo gravitatorio
- En cuanto al sentido, es siempre entrante hacia la masa generadora de campo. Coincide, por tanto, con el sentido del vector intensidad del campo gravitatorio. Representaremos el sentido mediante una flecha situada sobre la línea
- En cuanto a su extensión, cada línea partiría idealmente desde el infinito y moriría en el punto en el que se genera el campo. Es decir, abarca toda la extensión abarcada por el campo
- En cuanto a su cantidad, el número de líneas que atraviesan una unidad de superficie es proporcional al módulo de la intensidad de campo
- Nunca se entrecruzan



Las líneas de campo de la figura representan el campo gravitatorio originado por una masa puntual y por dos masas puntuales respectivamente. En el caso de las dos masas puntuales, observa como el vector intensidad de campo, en azul es tangente en cada punto a la línea sobre la que se dibuja.

EL CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE



En primera aproximación la Tierra se puede suponer una esfera con su masa distribuida de forma homogénea. Bajo esta simplificación, las líneas de su campo gravitatorio en el exterior son radiales y en la superficie el módulo del campo gravitatorio terrestre (representado por g) es:

$$g = \frac{G \cdot M_T}{R_T} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6)^2} \approx 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Por tanto, un cuerpo colocado en la superficie es atraído por la Tierra con una fuerza de 9.8 N, por cada kg de masa que tenga dicho cuerpo.

Recuerda $F = P = mg$

Aunque el campo gravitatorio creado por la Tierra tiene geometría radial, cuando se considera un pedazo de superficie de tamaño pequeño en comparación con el radio de la Tierra y se adoptan variaciones de altura pequeñas en esta

misma escala, las líneas del campo se pueden considerar prácticamente paralelas y verticales, siendo entonces una buena aproximación considerar el campo gravitatorio terrestre como un campo uniforme (g constante). Esta simplificación se aplica en el estudio de movimientos variados de objetos en las proximidades de la superficie terrestre (lanzamientos de balones, proyectiles, caída libre en las proximidades del suelo, etc.), que, bajo la influencia del campo gravitatorio terrestre (de intensidad 9.8 N/kg), tienen una aceleración vertical y descendente del mismo valor (9.8 m/s^2).

Ahora bien, se ha de tener claro que la **intensidad del campo gravitatorio** producido por la Tierra y la **aceleración de la gravedad** son dos magnitudes que coinciden numéricamente (en determinadas condiciones), pero con significados diferentes.

El campo gravitatorio tiene un cierto valor en cada punto independientemente de que en ese punto haya o no masa alguna. Como acabamos de ver, el campo gravitatorio producido por la Tierra depende únicamente de la masa de nuestro planeta y de la distancia entre el punto donde se calcula y el centro de la Tierra. Su valor (9.8 N/kg) significa que cuando en ese punto se coloca o sostiene un cuerpo, el mismo es atraído por la Tierra con una fuerza de magnitud 9.8 N por cada kg de masa del cuerpo. En concordancia con este concepto, el procedimiento que se ha de seguir para obtener experimentalmente la intensidad del campo gravitatorio, consiste en sostener un cuerpo de prueba de masa conocida, medir la fuerza con la que la Tierra lo atrae, y dividir el valor de esa fuerza entre la masa de prueba.

Por su parte, el valor de aceleración de la gravedad (9.8 m/s^2) significa de que si se lanza o se suelta un cuerpo en ese lugar, dicho cuerpo tiene (en ausencia de rozamiento) un movimiento con aceleración vertical de ese valor, es decir, cuya velocidad se incrementa verticalmente 9.8 m/s cada s transcurrido.

Conviene que se observe finalmente que, aunque el valor de la intensidad del campo gravitatorio coincide con el de la aceleración de la gravedad, la fuerza con la que la Tierra atrae a cuerpos distintos es diferente, mientras la aceleración de caída de todos ellos es la misma. Así, por ejemplo, un cuerpo de 2 kg de masa es atraído hacia la Tierra mediante una fuerza de 19.6 N (9.8 N por cada kg) pero sigue cayendo con una aceleración de 9.8 m/s^2 .

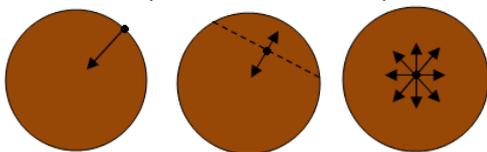
Variación de la gravedad con la latitud

La Tierra no tiene realmente la forma de una esfera, sino una forma más próxima a un esferoide achatado por los polos. Este hecho produce una variación en el valor del campo gravitatorio y en la aceleración de caída de los cuerpos, dependiendo de la **latitud** (distancia angular entre el ecuador y un punto determinado del planeta, medida a lo largo del meridiano). Por otra parte, la Tierra rota alrededor de un eje propio, lo que afecta a la aceleración de la gravedad, si la medimos en el sistema de referencia (no inercial) que podemos adoptar en cada punto del suelo terrestre.

Variación de la gravedad con la altura

Para ver cómo varían el campo gravitatorio y la aceleración de la gravedad con la altura, se ha de tener en cuenta que la fórmula:

$|g| = \frac{G \cdot M_T}{r^2}$ calcula el módulo del campo gravitatorio (y, también, el valor de la aceleración de la gravedad) únicamente por encima de la superficie de la Tierra.



Por debajo del suelo terrestre la intensidad del campo gravitatorio varía de forma diferente, lo que se quiere ilustrar mediante los tres dibujos adjuntos. En el primero (izquierda) se representa la fuerza ejercida sobre una masa de prueba colocada exactamente en el suelo. La Tierra entera la atrae hacia el centro y como sabemos, g vale ahí 9.8 N/kg . En el segundo dibujo (centro), la masa de prueba se coloca a una cierta profundidad. Dividimos la Tierra en dos porciones, observando que una (interior) atrae a la masa de prueba hacia el centro de la Tierra, y la otra (exterior) la atrae en sentido opuesto. De ello se deduce que el campo gravitatorio ahí también se dirige hacia el centro de la Tierra, pero tiene un valor menor que en la superficie (tanto menor cuanto mayor sea la profundidad). El tercer dibujo (a la derecha), enseña que el campo gravitatorio en el centro de la Tierra se anula, lo que podemos entender pensando que ahí las dos porciones de Tierra que hemos estado considerando son iguales, u observando que sobre la masa de prueba colocada ahí, la Tierra ejerce fuerzas radiales hacia afuera que se compensan entre sí.

Si la masa de la Tierra se distribuyera de forma homogénea, la variación del campo gravitatorio y de la aceleración de la gravedad con la distancia (medida desde el centro de la Tierra) sería lineal, es decir, por debajo del suelo terrestre el módulo del campo (g) sería proporcional a la distancia al centro (r): sería cero en el centro de la Tierra y alcanzaría

su valor máximo (9.8 m/s²) en la superficie de la Tierra.

Pero la gravedad o el campo gravitatorio también varían con respecto a la altura sobre la superficie terrestre.

La aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra, o de cualquier otro planeta, vendrá dada por

$$\vec{g}_0 = -G \cdot \frac{M_{Tierra}}{R_{Tierra}^2} \cdot \vec{u}_r \Rightarrow g_0 = G \cdot \frac{M_{Tierra}}{R_{Tierra}^2}$$

¿Y si nos alejamos de la superficie?. La aceleración de la gravedad entonces irá disminuyendo paulatinamente,

$$g = G \cdot \frac{M_{Tierra}}{(R_{Tierra} + h)^2}$$

Donde "h" es la altura desde la superficie de la Tierra, de manera que podemos relacionar g con g₀,

$$G \cdot M_{Tierra} = g_0 \cdot R_{Tierra}^2 \Rightarrow$$

$$g = G \cdot \frac{M_{Tierra}}{(R_{Tierra} + h)^2} = g_0 \cdot \frac{R_{Tierra}^2}{(R_{Tierra} + h)^2}$$

Obsérvese que es cero a distancia infinita; en cualquier otro caso, su valor no es nulo.

Hasta ahora las fórmulas que puedes necesitar son:

Leyes de Kepler

ley de los periodos $T^2 \propto r^3$

$$\text{Fuerza Centrípeta} = \text{Fuerza Gravitacional} \quad \frac{m_p v^2}{r} = \frac{G m_p M_s}{r^2}$$

m_p = Masa del Planeta
 M_s = Masa del Sol
 r = distancia
 G = constante gravitacional

$$v = \sqrt{\frac{GM_s}{r}}$$

Pero como la velocidad es distancia sobre tiempo, y podemos interpretarla como la distancia del círculo ($2\pi r$) sobre el Periodo (tiempo que tarda en dar la vuelta).

$$\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM_s}{r}} \quad T = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_s}{r}}}$$

Vamos a despejar al periodo "T"
 Elevando al cuadrado ambos miembros, tenemos que:

Dejando fuera a r^3 , tenemos que:

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_s}\right) r^3 \quad \text{De aquí podemos tomar a lo siguiente como una constante, la constante de Kepler: } K = \frac{4\pi^2}{GM_s}$$

Podemos incluso, reescribir nuestra fórmula de la siguiente manera: $T^2 = K r^3$

Ley de la Gravitación Universal

$$\vec{F}_g = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \vec{u}_r = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

Intensidad del Campo Gravitatorio

$$\vec{E}_g = \frac{\vec{F}_g}{m'} \quad \vec{F}_g = -G \cdot \frac{m \cdot m'}{r^2} \cdot \vec{u}_r,$$

$$\vec{E}_g = \frac{-G \cdot \frac{m \cdot m'}{r^2} \cdot \vec{u}_r}{m'} = -G \cdot \frac{m}{r^2} \cdot \vec{u}_r \quad \vec{E}_g \rightarrow \frac{N}{kg} \equiv \frac{m}{s^2'}$$

Variación de g con la altura

$$g = G \cdot \frac{M_{Tierra}}{(R_{Tierra} + h)^2}$$

Y por si acaso:

$$a_n = \omega^2 \cdot r = \left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2 \cdot R = \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot R$$

Aceleración normal o centrípeta: $a_n = v^2/R$