

LA INTERACCIÓN GRAVITATORIA 05

LEY DE LA GRAVITACIÓN UNIVERSAL. FUERZA GRAVITATORIA (F_g). Velocidad orbital

Velocidad orbital, periodo, aceleración, radio de la órbita, ... de satélites que giran alrededor de un planeta

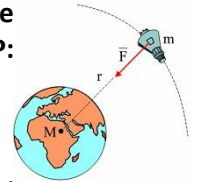
Casi siempre se aplica en módulo que

$$F_g = F_n \quad GMm/r^2 = mv^2/r \quad GM/r = v^2 \quad v_{\text{orbital}} = \sqrt{GM/r} \quad (v = \text{raíz cuadrada})$$

$$\text{Al ser un MCU} \quad v = \omega \cdot r \quad \omega = 2\pi/T \quad v = \omega \cdot r = 2\pi r/T$$

$$\text{Sustituyendo en } v_{\text{orbital}} = \sqrt{GM/r} \quad 2\pi r/T = \sqrt{GM/r} \quad T = 2\pi \sqrt{r^3/GM}$$

10. Un satélite natural, de $8 \cdot 10^{10}$ kg de masa, gira en una órbita circular a una altura de 800 km sobre la superficie de un cierto planeta P. DATOS: Masa del planeta P: $M_P = 5 \cdot 10^{25}$ kg, Radio del planeta P: $R_P = 2 \cdot 10^4$ km, G. Hallar el periodo orbital del satélite.



$$r = R_P + h = (2 \cdot 10^4 + 800 \text{ km}) \cdot 10^3 \text{ m/km} = 2,08 \cdot 10^7 \text{ m}$$

Recordemos que la fuerza gravitatoria del planeta actúa como fuerza centrípeta del movimiento del satélite

M es la masa del planeta, no la del satélite

$$v_{\text{orbital}} = \sqrt{GM/r} = 12662,5 \text{ m/s}$$

Como el satélite se mueve con movimiento circular uniforme:

$$T = 2\pi \sqrt{r^3/GM} = 10321 \text{ s} = 2,87 \text{ h}$$

11. Un pequeño satélite, de 1500 kg de masa, describe una órbita circular alrededor de Marte, a una altura de 5000 km sobre su superficie. DATOS: Masa de Marte: $M_M = 6,4 \cdot 10^{23}$ kg Radio de Marte: $R_M = 3390$ km Calcular el período del movimiento del satélite.

$$T = 2\pi \sqrt{r^3/GM} = 23371 \text{ s} = 6,5 \text{ h}$$

12. Para un satélite artificial de masa 500 kg que rodea la Tierra en una órbita circular a $0,30 \cdot 10^6$ m de la superficie del planeta. Determinar el valor de la velocidad, así como el tiempo que tarda en realizar una órbita y la aceleración en la órbita. Datos: $M_T = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg, $R_T = 6370$ km, G

$$r = R_T + h = 6,37 \cdot 10^6 + 0,30 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$v_{\text{orbital}} = \sqrt{GM_T/r} = 7744 \text{ m/s}$$

$$T = 2\pi \sqrt{r^3/GM_T} = 5411,8 \text{ s} = 1,5 \text{ h}$$

El satélite describe una órbita circular con velocidad constante, por lo que tiene aceleración normal o centrípeta:

$$a_n = v^2/r = 9 \text{ m/s}^2$$

13. Determinar para un satélite artificial de masa 200 kg que rodea la Tierra en una órbita circular de periodo $8,40 \cdot 10^3$ s. El radio de la órbita, así como el valor de la velocidad orbital. Datos: $M_T = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg, $R_T = 6370$ km, G

La fuerza gravitatoria de la Tierra actúa como fuerza centrípeta del movimiento del satélite:

$$F_g = F_n \quad GMm/r^2 = mv^2/r \quad v_{\text{orbital}} = \sqrt{GM/r}$$

Y el periodo de revolución del satélite es:

$$v_o = \omega \cdot r = 2\pi r/T \quad T = 2\pi r/v_o$$

O sea, tenemos:

$$v_{\text{orbital}} = \sqrt{GM/r}$$

$$T = 2\pi r/v_o$$

Combinando ambas ecuaciones, podemos despejar r $r = 8,4 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$v_{\text{orbital}} = 6689 \text{ m/s}$$

14. Un satélite de 700 kg realiza una órbita circular alrededor de la Tierra de 7500 km de radio. Obtener el periodo del satélite.

$$T = 6452,8 \text{ s} = 1,8 \text{ h}$$

15. Un satélite artificial de masa 750 kg que rodea la Tierra en una órbita circular de 8000 km de radio. Deduce la expresión de la velocidad y obtén su valor, así como el periodo.

$$v_o = 7071 \text{ m/s}$$

$$T = 7108,7 \text{ s} = 1,97 \text{ h}$$

16. Un pequeño satélite de masa 4500 kg describe una órbita circular alrededor de Saturno, a una altura de 25000 km sobre su superficie. DATOS: Masa de Saturno: $M_s = 5,688 \cdot 10^{26} \text{ kg}$ Diámetro de Saturno: $D_s = 1,205 \cdot 10^5 \text{ km}$. Hallar el periodo del movimiento orbital del satélite. G.

$$r = 1,205 \cdot 10^5 + 25000 \text{ km}$$

$$T = 25386 \text{ s} = 7,05 \text{ h}$$

17. Un satélite describe una órbita circular de radio $2 R_T$ en torno a la Tierra. a) Determine su velocidad orbital. b) Si el satélite pesa 5000 N en la superficie terrestre, ¿cuál será su peso en la órbita? Explique las fuerzas que actúan sobre el satélite. ($R_T = 6400 \text{ km}$; $M_T = 6,10^{24} \text{ kg}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$)

Como en los anteriores y por repasar, sabemos que la velocidad orbital es la velocidad que lleva el satélite en su órbita alrededor del planeta. Para calcularla, tendremos en cuenta que la única fuerza que actúa sobre el satélite es la gravitatoria. Y que también, al tratarse de un movimiento circular, sólo tendrá aceleración centrípeta o normal:

$$r = R_T + 2R_T = 3R_T$$

$$v_{\text{orbital}} = \sqrt{GM_T/r} = \dots\dots \text{ No lo he hecho}$$

El peso del satélite es la fuerza gravitatoria que el planeta ejerce sobre él, en dirección radial y sentido hacia el centro del planeta (dibujo). Sobre el satélite sólo actúa la fuerza gravitatoria, que es responsable de que describa el movimiento orbital $F_g = m g$

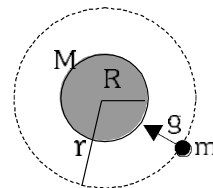
El peso en la superficie terrestre nos permite conocer la masa del satélite, donde g_0 es la gravedad superficial en la Tierra, que podemos considerar de aproximadamente $9,8 \text{ N/kg}$ (m/s^2)

$$F_{g0} = m g_0 \quad 5000 \text{ N} = m \cdot 9,8 \text{ N/kg} \quad m = 510,12 \text{ kg}$$

Sustituyendo en la expresión de la fuerza gravitatoria en la órbita $M = M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ y que

$$r = 2 \cdot R_T = 12800 \text{ km} = 1,28 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$F_g = G M m / r^2 = 1246,23 \text{ N}$$
 Este es el peso del satélite en su órbita



Siempre que se trate de calcular velocidades orbitales se hace así: $F_g = F_n$

18. Razone si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas

a) El trabajo que realiza una fuerza conservativa sobre una partícula que se desplaza entre dos puntos, es menor si se realiza a lo largo de la línea recta que une ambos puntos

b) El signo negativo que aparece en todas las expresiones que definen al campo gravitatorio se debe a que la interacción gravitatoria siempre es atractiva.

a) En primer lugar, recordemos qué se entiende por fuerza conservativa:

- fuerza conservativa es aquella para la cual, el trabajo realizado en un desplazamiento entre dos puntos, es independiente del camino escogido, sólo depende de los puntos inicial y final.

- Otra definición, equivalente a la anterior, nos dice que es conservativa toda aquella fuerza para la cual el trabajo realizado en un desplazamiento a lo largo de un camino cerrado es nulo.

Según la definición, vemos claramente que el trabajo realizado por la fuerza conservativa entre dos puntos va a ser el mismo sea cual sea el camino escogido, no siendo menor por un camino en concreto, aunque sea más corto. La afirmación es, por consiguiente, falsa.

b) La cuestión se refiere al signo negativo que aparece en la mayoría de las expresiones de campo gravitatorio creado por masas puntuales, esferas...

En la fuerza gravitatoria entre dos masas viene dada por la ley de gravitación universal de Newton, en expresión vectorial. En ella, el signo negativo marca precisamente el carácter atractivo de la interacción, siempre teniendo en

cuenta que, en dicha expresión, el sistema de referencia está colocado en una de las dos masas. En el campo gravitatorio (fuerza gravitatoria ejercida por unidad de masa) el significado del signo negativo es el mismo que en la fuerza. Las líneas de campo, radiales, “entran” en la masa M que crea el campo. Y en la energía potencial y en el potencial lo mismo.

Como conclusión, podemos decir que el enunciado es cierto, pero con la matización de que no es el único factor que influye en dicho signo. También influyen el sistema de referencia escogido y el origen de potencial.