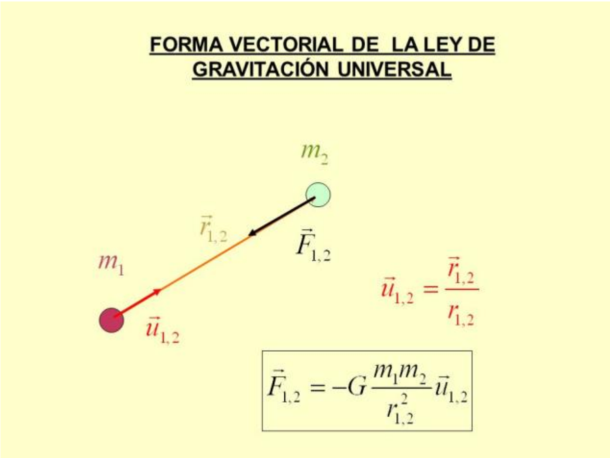
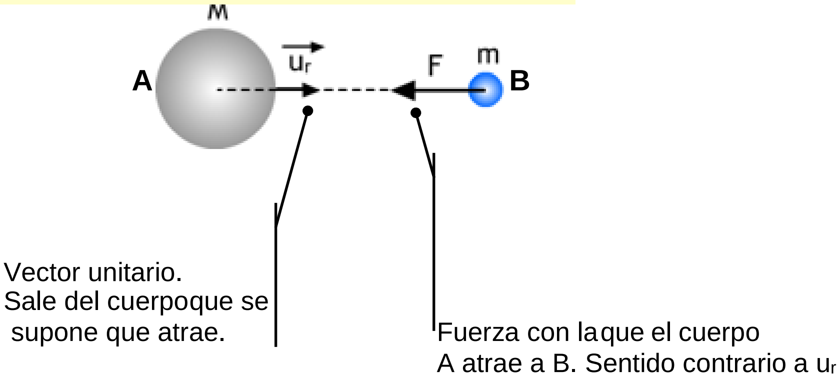
LA INTERACCIÓN GRAVITATORIA 06

LEY DE LA GRAVITACIÓN UNIVERSAL. FUERZA GRAVITATORIA (Fg). Tratamiento vectorial

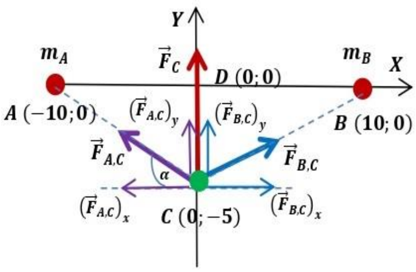
Tratamiento vectorial de la fuerza gravitatoria entre masas



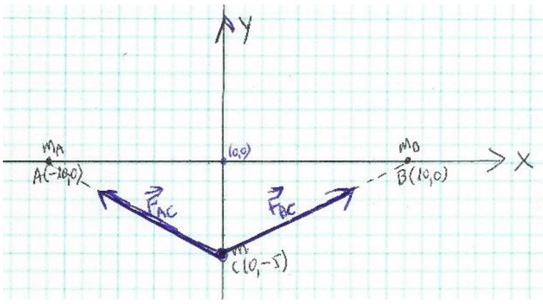


Recuerda que u(vector) es el vector unitario en la dirección de r(vector) y que se calcula
u(vector) = r(vector)/r(módulo
También se puede hacer con los vectores unitarios i, j y k, que es lo mismo
Es muy importante dibujar bien el esquema.
Aunque en algunos problemas no den el dato: G = $6{,}67.10^{-11}$ SI

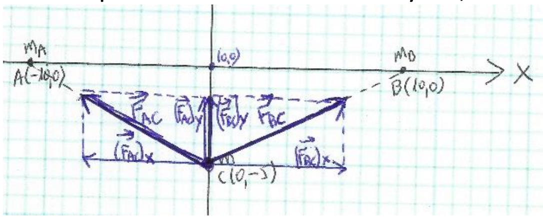
19. Dos masas de 5 kg se hallan situadas en los puntos (–10, 0) y (10, 0) respectivamente. Nota: todas las distancias expresadas en metros. Calcula y representa la fuerza que experimenta una masa de 2 kg, situada en el punto (0, –5).



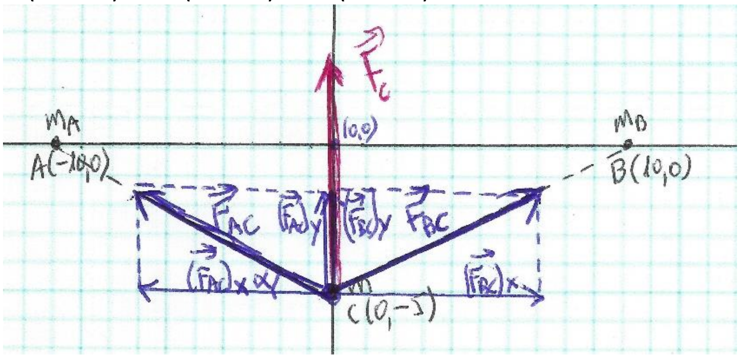
Dibujamos los ejes y situamos las masas. Después dibujamos las fuerzas vectoriales que actúan sobre la masa del punto C, debida a la atracción de m_A y m_B. Recuerda que las fuerzas salen de m (2 kg) y van hacia m_A y m_B



Descomponemos los vectores F_{AC} y F_{BC}, o sea las componentes vectoriales x e y



Como las masas situadas en los puntos A y B son iguales y la distancia de ambas masas al punto C también son iguales, los módulos de las fuerzas ejercidas por ambas masas son iguales. Por simetría las dos componentes horizontales de ambas fuerzas son iguales y de sentido contrario, por lo que se anulan entre sí.
Luego sólo tenemos que tratar las componentes verticales.
Las dos componentes verticales son iguales y su suma nos da la fuerza total sobre la masa situada en el punto C.
F_C(vector) = F_{AC}(vector) + F_{BC}(vector)



Hallamos los módulos de r_{AC} (distancia entre A y C) y de r_{BC} (distancia entre B y C) que son iguales

$r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{(10^2 + 5^2)} = \sqrt{125}$ m

Hallamos el ángulo

sen $\alpha = 5/(\sqrt{125})$

cos $\alpha = 10/(\sqrt{125})$

tg $\alpha = 5/10 = 0{,}5$ $\qquad$ α = arc tg 0,5 = 26,56 º

Tenemos que hallar el vector F_C (total), suma de F_{AC} y F_{BC}, sólo sus componentes verticales

Hallamos los módulos de $(F_{AC})_y$ y de $(F_{BC})_y$,que son iguales, con la ley de gravitación universal

$m_A = m_B = 5$ kg

$m = 2$ kg

$r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{125}$ m

$G = 6{,}67.10^{-11}$ SI

Módulos $(F_{AC})_y = (F_{BC})_y = G(m.m_A/r^2) = G(m.m_B/r^2) = 6{,}67.10^{-11}\,(5.2 / (\sqrt{125})^2 = 6{,}67.10^{-11}\,.10 / 125 = 5{,}34.10^{-12}$ N

sen α = sen 26,56º = 0,447

sen $\alpha = (F_{AC})_y / F_{AC}$ $\qquad$ $(F_{AC})_y = F_{AC}$. sen $\alpha = 5{,}34.10^{-12}$. $0{,}447 = 2{,}387.10^{-12}$

vector $\boldsymbol{(F_{AC})_y} = 2{,}387.10^{-12}\,\boldsymbol{j}$

vector $\boldsymbol{(F_{BC})_y} = 2{,}387.10^{-12}\,\boldsymbol{j}$

vector total $\boldsymbol{F_C} = \boldsymbol{(F_{AC})_y} + \boldsymbol{(F_{BC})_y} = 2{,}387.10^{-12}\,\boldsymbol{j} + 2{,}387.10^{-12}\,\boldsymbol{j} = 4{,}774.10^{-12}\,\boldsymbol{j}$ N

A lo mejor te resulta más fácil hacerlo con el vector unitario ***u***, que es prácticamente igual

20. Dos masas iguales y de valor 1000 kg se hallan sobre el eje X situadas en los puntos (–6, 0) y (6, 0) respectivamente. Nota: todas las distancias expresadas en metros. Expresa correctamente la fuerza que experimenta una masa m = 100 kg, situada en el punto (0, 8)

Sol.: $\boldsymbol{F} = -1{,}07.10^{-7}\,\boldsymbol{j}$ N

21. Dos cuerpos, A y B, el cuerpo A de masa 4,0.10^{7} kg y el cuerpo B de masa 16,0.10^{7} se encuentran fijos en dos puntos del plano XY, el cuerpo A en el punto (-300; 0) y el cuerpo B en el punto (600; 0), con las distancias dadas en metros. En el punto (0; 0) se encuentra situada una esfera de masa 1 kg. Hallar la fuerza gravitatoria ejercida (módulo, dirección y sentido) sobre la esfera.

Sol.: $\boldsymbol{F} = 0$ N

22. Dos cuerpos, A y B, cada uno de ellos de masa 2 10^{5} kg, se encuentran fijos en dos puntos del eje de abscisas X, el cuerpo A en el punto (-30, 0) y el cuerpo B en el punto (+20, 0), con las distancias dadas en metros. En el punto (0, -15) se encuentra una pequeña esfera de masa 0,200 kg, que puede moverse libremente. Hallar la fuerza ejercida (módulo, dirección y sentido) sobre la esfera en su posición inicial. Hallar la aceleración que experimentará la esfera justo cuando se encuentre en el punto medio (0, 0) entre las esferas A y B.

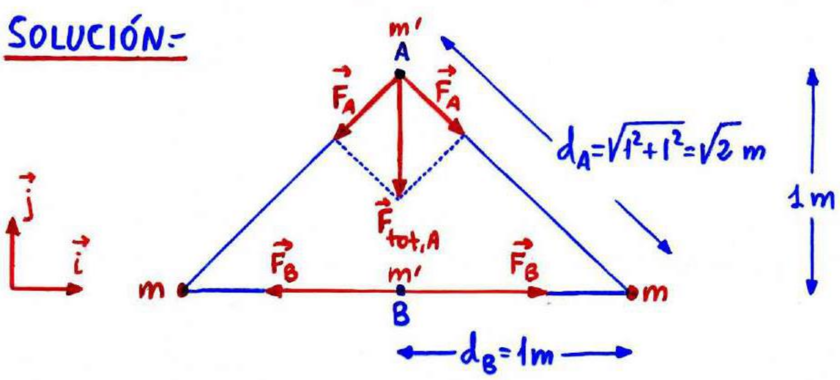
Sol.: $\boldsymbol{F} = (1{,}29.10^{-9}\,\boldsymbol{i} + 3{,}62.10^{-9}\,\boldsymbol{j})$ N F = 3,84.10^{-9} N
Para calcular la aceleración en el punto O (0.0) hay que hallar la fuerza ejercida en ese punto por las otras dos masas:
$\boldsymbol{F_O} = \boldsymbol{F_{AO}} + \boldsymbol{F_{BO}}$ (vectores) $\boldsymbol{F_O} = -3{,}7.10^{-9}\,\boldsymbol{i}$
$\boldsymbol{F_O} = m\,\boldsymbol{a_o}$ $\boldsymbol{a_o} = \boldsymbol{F_O} / m = -1{,}85.10^{-8}\,\boldsymbol{i}$ m/s^2 $a_o = 1{,}85.10^{-8}$ m/s^2

23. Cuatro masas idénticas de 3 kg cada una están situadas sobre los vértices de un cuadrado de 1 m de lado. Calcula la fuerza gravitatoria que se ejerce sobre la que se halla en el vértice inferior derecho y represéntalo.

Sol.: $\boldsymbol{F} = (-8{,}15.10^{-10}\,\boldsymbol{i} + 8{,}15.10^{-10}\,\boldsymbol{j})$ N

24. Dos masas iguales: m = 20 kg, ocupan posiciones fijas separadas una distancia de 2 m, según indica la figura. Una tercera masa, m' = 0,2 kg, se suelta desde el reposo en un punto A equidistante de las dos masas anteriores y a una distancia de 1 m de la línea que las une (AB = 1 m). Si no actúan más que las acciones gravitatorias entre estas masas, determine:
a) la fuerza ejercida (módulo, dirección y sentido) sobre la masa m' en la posición A;
b) las aceleraciones de la masa m' en las posiciones A y B.
Dato: Constante de Gravitación Universal: G = 6,67 10^{-11} N·m^2·kg^{-2} .

SOLUCIÓN:-



Aplicando las leyes de gravitación universal y fundamental de la Dinámica, obtenemos las siguientes fuerzas y aceleraciones:

$$F_A = G\frac{mm'}{d_A^2} = 6{,}67\times10^{-11}\,\frac{20\times0{,}2}{(\sqrt{2})^2} = 1{,}33\times10^{-10}\,N.$$

El teorema de Pitágoras da:

$$F_{tot,A} = \sqrt{2F_A^2} = \sqrt{2(1{,}33\times10^{-10})^2} = 1{,}89\times10^{-10}\,N.$$

Vectorialmente:

$$\boxed{\vec{F}_{tot,A} = -1{,}89\times10^{-10}\,\vec{j}\ (N)\ :\ \text{RESULTADO}}$$

$$F_B = G\frac{mm'}{d_B^2} = 6{,}67\times10^{-11}\,\frac{20\times0{,}2}{1^2} = 2{,}67\times10^{-10}\,N$$

$$F_{tot,B} = F_B - F_B = 0\ ; \qquad \vec{F}_{tot,B} = 0$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\vec{a}_A = \frac{\vec{F}_{tot,A}}{m'} = \frac{-1{,}89\times10^{-10}\,\vec{j}}{0{,}2} = -9{,}43\times10^{-10}\,\vec{j}\ (ms^{-2})$$

$$\vec{a}_B = \frac{\vec{F}_{tot,B}}{m'} = \frac{0}{0{,}2} = 0$$

RESULTADO

25. Dos masas iguales y de valor 1000 kg se hallan sobre el eje X situadas en los puntos (–6, 0) y (6, 0) respectivamente. Nota: todas las distancias expresadas en metros. Expresa correctamente la fuerza que experimenta una masa m = 100 kg, situada en el punto (0, 8)

Sol.: ***F*** = - 1,07.10^{-7} ***j*** N