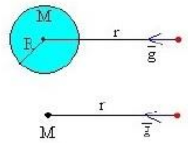
# LA INTERACCIÓN GRAVITATORIA 07

## INTENSIDAD DEL CAMPO GRAVITATORIO (g), ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA (Epg), POTENCIAL GRAVITATORIO (Vg), TRABAJO

**Cuando alguna magnitud sea vectorial la escribiré en negrita y cursiva.**

**Recuerda:**

La <u>intensidad del campo gravitatorio o simplemente campo gravitatorio</u> es un vector. Los problemas se hacen igual que los de la fuerza gravitatoria vectorial




$\vec{\boldsymbol{g}} = \frac{\vec{\boldsymbol{F}}}{\boldsymbol{m}'} = -\boldsymbol{G}\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{r}^2}\,\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{r}}$ U.S.I.: N/kg=m/s$^2$

Es lo mismo que la aceleración de la gravedad.

Módulo: $\boldsymbol{g} = \frac{\boldsymbol{F}}{\boldsymbol{m}'} = \boldsymbol{G}\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{r}^2}$ ; sentido: hacia la masa

Principio de superposición: Si hay varias masas: $\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \cdots$

La Epg y el potencial Vg no son vectores, son escalares.

<u>Energía potencial gravitatoria</u>

$$Ep = -\,G\,\frac{M_1 m_2}{r}$$

Como la energía es como un trabajo, sabiendo que hay una fuerza y un desplazamiento, podemos decir que el trabajo o la energía es F.r, al igualarlos se elimina una r del cuadrado del denominador. Recuerda que es lo mismo que la fuerza gravitatoria pero en vez de dividir entre r$^2$ se divide entre r.

Y no es un vector. Se mide en J

<u>Potencial gravitatorio</u>

$$V_g = \frac{E_{p_g}}{m} = -\,G\cdot\frac{M}{r}$$ (J/kg)

Principio de superposición: Si hay varias masas V = V1 + V2 + V3…

Los tres son negativos.

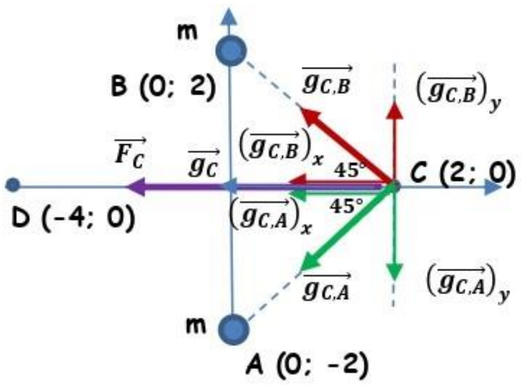
La fuerza de gravedad es conservativa: $\boldsymbol{W_{campo}} = -\Delta \boldsymbol{E_p} = -\boldsymbol{m}\cdot\Delta \boldsymbol{V}$ ; $\boldsymbol{W_{ext}} = \Delta \boldsymbol{E_p}$

**Si solo actúa la fuerza gravitatoria se conserva la energía mecánica:**

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0 \;\; ; \;\; \boldsymbol{E_{c0}} + \boldsymbol{E_{p0}} = \boldsymbol{E_c} + \boldsymbol{E_p}$$

**26. Dos masas idénticas de 1000 kg de masa, están situadas en los puntos (0; -2) y (0; 2). Todas las distancias se dan en metros. a) Calcular y representar gráficamente el vector campo gravitatorio en el punto (2; 0), así como la fuerza gravitatoria que experimenta una masa de 10 kg situada en ese punto. b) Calcular el potencial gravitatorio en los puntos (2; 0) y (-4; 0) debido a las dos masas de 1000 kg. c) Calcular el trabajo realizado por el campo gravitatorio sobre una masa de 2 kg cuando se desplaza del punto (2; 0) hasta el punto (-4; 0). Datos: G**

a)




$$r_{A,C} = r_{B,C} = \sqrt{8}\ m$$

$$r_{A,D} = r_{B,D} = \sqrt{20}\ m$$

Se da una situación de simetría, ya que las masas situadas en A y B son iguales y, además, se encuentran a la misma distancia del punto C. Esto hace que se anulen las componentes verticales y que las dos componentes horizontales sean iguales.

$$\overrightarrow{g_C} = \overrightarrow{g_{C,A}} + \overrightarrow{g_{C,B}} = 2 \cdot (\overrightarrow{g_{C,A}})_x = -2 \cdot G \cdot \frac{m}{(r_{A,C})^2} \cdot \cos 45° \ \vec{\imath}\ N/kg$$

$$\overrightarrow{g_C} = -2 \cdot 6,67.10^{-11} \cdot \frac{1000}{8} \cdot \cos 45° \ \vec{\imath}\ = -1,18.10^{-8}\ \vec{\imath}\ N/kg$$

$$\overrightarrow{F_C} = m \cdot \overrightarrow{g_C} = 10 \cdot (-1,18.10^{-8}\ \vec{\imath}) = -1,18.10^{-7}\ \vec{\imath}\ N$$

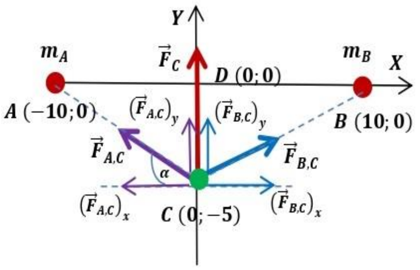
b) Por simetría, los potenciales que crean ambas masas en los dos puntos son iguales.
$V_C = V_{CA} + V_{CB} = 2\ V_{CA} = -\ 2\ G\ m\ /\ r_{AC} = -\ 2\ .\ 6,67.10^{-11}.\ 1000\ /\ \sqrt{8} = -\ 4,72.10^{8}$ J/kg
$V_D = V_{DA} + V_{DB} = 2\ V_{DA} = -\ 2\ G\ m\ /\ r_{AD} = -\ 2\ .\ 6,67.10^{-11}.\ 1000\ /\ \sqrt{20} = -\ 2,98.10^{8}$ J/kg

c) Como el campo gravitatorio es conservativo, se cumple que el trabajo es igual a la disminución de energía potencial del sistema:

$W_A^B = E_p(A) - E_p(B) = -\ \Delta E_p$ Siempre se debe hacer así, es una consecuencia del principio de conservación de la energía.

Tal como definimos el potencial $V = E_p/m$ $E_p = m\ V$
Al trasladarse de C a D: $\Delta\ Ep = Ep_{(D)} - Ep_{(C)} = m\ V_D - m\ V_C = m\ (V_D - V_C)$
El trabajo del campo para trasladar la masa de 2 kg del punto C al D será:
$W_{CD} = -\ \Delta\ Ep = -\ m\ (V_D - V_C) = -\ 2.\ (-\ 2,98.10^{8} - (-\ 4,72.10^{8})) = -\ 2\ .\ 1,74.10^{8} = -\ 3,48.10^{8}$ J
El trabajo negativo significa que el proceso no es espontáneo, por lo que es necesaria una fuerza externa para realizar el traslado. El resultado es lógico, ya que estamos alejando la masa de 2 kg de las otras dos y la fuerza gravitatoria es siempre atractiva.

**27. (Es una continuación del problema 19). Dos masas de 5 kg se hallan situadas en los puntos (–10, 0) y (10, 0) respectivamente. Nota: todas las distancias expresadas en metros. Calcula y representa la fuerza que experimenta una masa de 2 kg, situada en el punto (0, –5). Expresa correctamente el potencial en los puntos (0, –5) y (0, 0) debido a las dos masas. Calcula el trabajo realizado por la gravedad para llevar una masa de 2 kg desde el punto (0, –5) al punto (0, 0).**




La parte de la fuerza ya se hizo en el problema 19.
Ahora nos preguntan el trabajo del campo gravitatorio para llevar una masa de 2kg desde el punto C al punto D (0,0)
Recuerda que se debe cumplir $W = -\Delta Ep$
Si el valor del trabajo da positivo significa que espontáneamente la masa se desplaza de un punto a otro por la acción del campo. Y si da negativo es que no es espontaneo y hay que hacerlo mediante una fuerza externa.
$W_{CD} = -\Delta Ep$
$V = E_p/m \qquad E_p = m\ V$
$\Delta Ep = Ep_{(D)} - Ep_{(C)} = m\ V_D - m\ V_C = m\ (V_D - V_C) \qquad V = -G\ M/r$
m es la masa que se traslada (2 kg)
Del problema 19: $r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{125}$ m
Los potenciales los crean las masas de 5 kg
Se da situación de simetría en ambos puntos
$V_C = V_{AC} + V_{BC} = 2\ V_{AC} = 2\ .\ (-G\ m\ /\ r_{AC}) = 2\ .\ (-6{,}67.10^{-11}.\ 5\ /\ \sqrt{125}) = -5{,}97.10^{-11}$ J/kg
$r_{AD} = 10$
$V_D = V_{AD} + V_{BD} = 2\ V_{AD} = 2\ .\ (-G\ m\ /\ r_{AD}) = 2\ .\ (-6{,}67.10^{-11}.\ 5\ /\ 10) = -6{,}67.10^{-11}$ J/kg
El trabajo del campo para trasladar la masa de 2 kg del punto C al D será:
$W_{CD} = -\Delta Ep = -m\ (V_D - V_C) = -2.\ (-6{,}67.10^{-11} - (-5{,}97.10^{-11})) = 1{,}4.10^{-11}$ J
El proceso es espontáneo, para trasladar la masa no es necesaria una fuerza externa. El resultado es lógico, ya que la fuerza gravitatoria es atractiva y lo que estamos haciendo es acercar la masa m' a las masas A y B.

**28. Dos masas de 10 kg se hallan situadas en los puntos (5, 0) y (0, 5), respectivamente. Nota: todas las distancias expresadas en metros.**
**a) Calcula y representa la fuerza que experimenta una masa de 5 kg, situada en el punto (0, 0).**
**b) Calcula el trabajo necesario para llevar una masa de 5 kg desde el punto (0, 0) al punto (0, 10).**
**Dato: G**

Sol.:

a) $\boldsymbol{F} = (1{,}34.10^{-10}\ \boldsymbol{i} + 1{,}34.10^{-10}\boldsymbol{j})$ N $\qquad F = 1{,}9.10^{-10}$ N
b) $V_C = V_{AC} + V_{BC} = -2{,}68.10^{-10}$ J/kg $\qquad V_D = V_{AD} + V_{BD} = -1{,}94.10^{-10}$ J/kg
$W_{CD} = m_C\ (V_C - V_D) = -3{,}7.10^{-10}$ J

Para trasladar la masa es necesaria una fuerza externa. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la masa trasladada en forma de energía potencial gravitatoria. El resultado es lógico, ya que estamos alejando la masa C de la masa A, que tienden a atraerse.

**29. En dos puntos, A y B, de coordenadas (20, 0) y (0, 20) expresadas en metros, se sitúan dos masas puntuales de 10 kg cada una.**
**a) Dibujar y calcular el vector campo gravitatorio producido por cada una de estas dos masas y el total en el punto C (20, 20).**
**b) Hallar el potencial gravitatorio en el punto C.**
**c) Hallar la fuerza sobre una masa puntual de 5 kg, situada en ese punto C.**
**Dato: G**

Sol.:

a) $\boldsymbol{g_C} = (-1{,}675.10^{-12}\ \boldsymbol{i} - 1{,}675.10^{-12}\ \boldsymbol{j})$ N/kg
b) $V_C = -6{,}7.10^{-11}$ J/Kg
c) $\boldsymbol{F_C} = m'\ \boldsymbol{g_C} = 5.(-1{,}675.10^{-12}\ \boldsymbol{i} - 1{,}675.10^{-12}\ \boldsymbol{j}) = (-8{,}375.10^{-12}\ \boldsymbol{i} - 8{,}375.10^{-12}\ \boldsymbol{j})$ N

$F_C$ = 1,18.10$^{-11}$ N

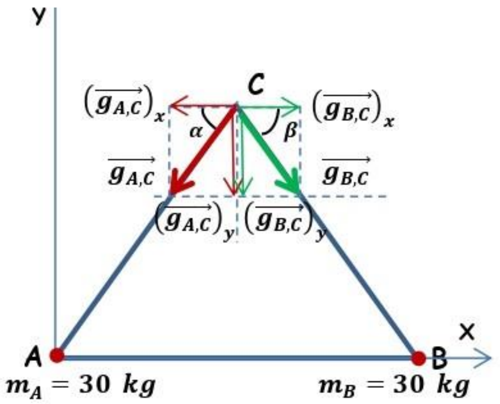
**30. (Continuación del problema 23). Cuatro masas idénticas de 3 kg cada una están situadas sobre los vértices de un cuadrado de 1 m de lado. a) Calcula la fuerza gravitatoria que se ejerce sobre la que se halla en el vértice inferior derecho y represéntalo. b) El potencial gravitatorio que hay en ese vértice debido a las otras tres masas. Dato: G**

Sol.: a) (ya se hizo) $\boldsymbol{F} = (-8{,}15.10^{-10}\,\boldsymbol{i} + 8{,}15.10^{-10}\,\boldsymbol{j})$ N

b) $V_D = V_{DA} + V_{DB} + V_{DC} = -5{,}44.10^{-10}$ J/kg

**31. En dos de los vértices, A y B, de un triángulo equilátero de lado 20 m se sitúan dos masas puntuales de 30 kg cada una.**
**a) Dibujar y calcular el vector campo gravitatorio producido por cada una de estas dos masas y el total en el vértice libre C del triángulo.**
**b) Calcular la fuerza sobre una masa puntual de 10 kg, situada en ese vértice libre.**
**c) Hallar el potencial gravitatorio en dicho vértice libre C.**
**Dato: G**

Sol.:




$$r_{A,C} = r_{B,C} = r = 20\ m$$

$$\alpha = \beta = 60°$$

$$\vec{g}_{A,C} = G\,.\,\frac{m_A}{r^2}\,.\,(-\cos 60°\ \vec{\imath} - sen\ 60°\ \vec{\jmath})$$

$$\vec{g}_{A,C} = 6{,}7.10^{-11}\,.\,\frac{30}{20^2}\,.\,(-\cos 60°\ \vec{\imath} - sen\ 60°\ \vec{\jmath})$$

$$\vec{g}_{A,C} = -2{,}51.10^{-12}\ \vec{\imath} - 4{,}35.10^{-12}\,\vec{\jmath}\ \ N/kg$$

$$\vec{g}_{B,C} = G\,.\,\frac{m_B}{r^2}\,.\,(\cos 60°\ \vec{\imath} - sen\ 60°\ \vec{\jmath})$$

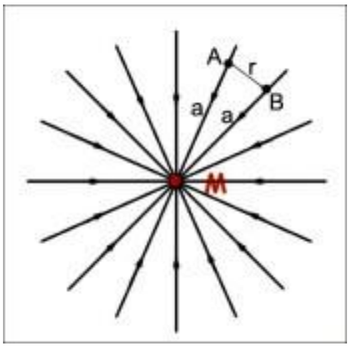
$$\vec{g}_{B,C} = 6{,}7.10^{-11}\,.\,\frac{30}{20^2}\,.\,(\cos 60°\ \vec{\imath} - sen\ 60°\ \vec{\jmath}) = -2{,}51.10^{-12}\ \vec{\imath} - 4{,}35.10^{-12}\,\vec{\jmath}\ \ N/kg$$

a)
$$\vec{g}_C = \vec{g}_{A,C} + \vec{g}_{B,C} = -8{,}70.10^{-12}\,\vec{\jmath}\ \ N/kg$$

b)
$$\vec{F} = m\,.\,\vec{g} = 10\,.\,(-8{,}70.10^{-12}\,\vec{\jmath}) = -8{,}70.10^{-11}\,\vec{\jmath}$$

c)
$$V_C = V_{A,C} + V_{B,C} = -G\,.\left(\frac{m_A}{r_{A,C}} + \frac{m_B}{r_{B,C}}\right) = -2\,.\,\frac{G\,.\,m}{r} = -2\,.\,\frac{6{,}7.10^{-11}\,.\,30}{20} = -2{,}01.10^{-10}\ J/kg$$

**32. Dada la figura que representa la intensidad del campo gravitatorio creado por la masa M y dos puntos A y B separados por una distancia "r" y cuya distancia a M en ambos es "a".**




**Discute, justifica y calcula el trabajo para trasladar una partícula "m" de A a B.**
**Discute, justifica y calcula el trabajo total para trasladar una partícula "m" desde A hasta la masa M y regresar a A.**
**(1 punto)**

a) Ya que se trata de superficies equipotenciales, el potencial de A es igual al potencial de B, ya que su distancia "r" a la masa M es la misma. Luego el W = -mΔV = 0.
b) Dado que el campo gravitatorio es conservativo, el W entre dos puntos es independiente del camino, luego W = 0.

**33. La única fuerza que actúa sobre una masa "m" es la del campo gravitatorio creado por otra masa "M".**

**Justifica si la masa “m” se moverá hacia potenciales mayores o menores.**
**¿Ganará o perderá energía potencial en su movimiento?**
(Revisar la teoría)
La masa m es atraída por M: Supongamos que m viene desde el infinito en el que su Ep = 0 y por tanto su V también es 0. Al ir acercándose a M su potencial se hace más negativo, o sea menor. Lo mismo ocurre con la Ep, en el infinito es 0, al ir hacia M se hace más negativa, o sea, menor. Luego pierde Ep.