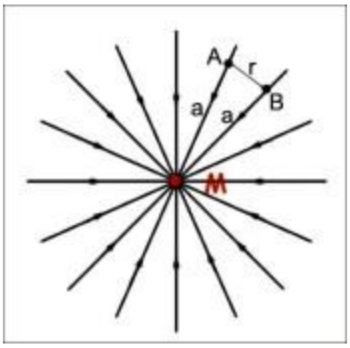
LA INTERACCIÓN GRAVITATORIA 09

Un examen completo mío

<u>Cuestión 1</u>. Dada la figura que representa la intensidad del campo gravitatorio creado por la masa M y dos puntos A y B separados por una distancia “r” y cuya distancia a M en ambos es “a”.



Discute, justifica y calcula el trabajo para trasladar una partícula “m” de A a B.
Discute, justifica y calcula el trabajo total para trasladar una partícula “m” desde A hasta la masa M y regresar a A.

a) Ya que se trata de superficies equipotenciales, el potencial de A es igual al potencial de B, ya que su distancia “r” a la masa M es la misma. Luego el W = -mΔV = 0.

b) Dado que el campo gravitatorio es conservativo, el W entre dos puntos es independiente del camino, luego W = 0.

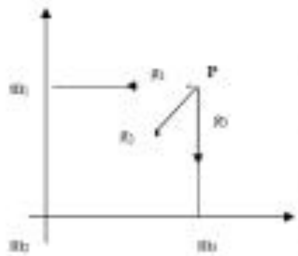
<u>Cuestión 2</u>. Una partícula de masa m, situada en un punto A, se mueve en línea recta hacia otro punto B, en una región en la que existe un campo gravitatorio creado por una masa M. Si el valor del potencial gravitatorio en el punto B es mayor que en el punto A, razona si la partícula se acerca o se aleja de M.

<u>Cuestión 3</u>. Los agujeros negros se crean cuando una estrella agota su combustible (que es ella misma, claro) y la materia restante, si queda suficiente, colapsa debido a su propia gravedad, convirtiéndose en una singularidad (un punto sin volumen y de densidad infinita) que no deja escapar de su atracción ni siquiera a la luz. El agujero negro más cercano a la Tierra es Cygnus X-1 a una distancia de 8.000 años luz. El agujero negro tiene una concentración tan grande de masa que su velocidad de escape es igual a la velocidad de la luz, 300.000 km/s.
Calcula la energía mecánica del agujero negro en el supuesto de que pudiera escapar de donde se encuentre.
Calcula a qué tamaño (el radio) debería reducirse la Tierra para que se convirtiera en un agujero negro. Busca el dato que necesites en el texto.
Datos: G = $6{,}67.10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}, MT = 5,97.1024 kg; RT = 6370 km. (2 puntos).

a) De la propia definición de la velocidad de escape y de la condición que debe cumplir, la Energía Mecánica es igual a 0.

b) De la expresión de la v de escape que debe ser igual a 3.10^8 m/s, se deduce que r = $8{,}85.10^3$ m.

<u>Problema 1</u>. En tres de las cuatro esquinas de un cuadrado de 1 m de lado se encuentran 3 masas iguales de 2 kg cada una. Haz un esquema y calcula:
El vector intensidad de campo gravitatorio en la otra esquina.
El potencial en dicho punto.
El trabajo necesario para trasladar otra masa de 1 kg desde la cuarta esquina hasta el infinito. Discute el signo del trabajo calculado (¿Qué significa?)
Datos: G = $6{,}67.10^{-11}$ Nm^2kg^{-2},
Cada uno puede elegir el Sistema de Referencia que quiera.



$$\vec{g}_1 = -g_1\vec{i} = -G\frac{m_1}{d^2}\vec{i} = -2G\vec{i}$$

$$\vec{g}_3 = -g_3\vec{j} = -G\frac{m_3}{d^2}\vec{j} = -2G\vec{j}$$

$$\vec{g}_2 = -g_{2x}\vec{i} - g_{2y}\vec{j} = -G\frac{m_2}{d_2^2}\cos 45^\circ\,\vec{i} - G\frac{m_2}{d_2^2}\sin 45^\circ\,\vec{j} =$$

$$-G\cos 45^\circ\,\vec{i} - G\sin 45^\circ\,\vec{j}$$

Y en el punto P, la intensidad de campo gravitatorio será la suma de las creadas por cada una de las masas:

$$\vec{g}_P = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \vec{g}_3 = -2G\vec{i} - 2G\vec{j} - G\cos 45^\circ\,\vec{i} - G\sin 45^\circ\,\vec{j} = -(2G + \frac{\sqrt{2}}{2}G)\vec{i} - (2G + \frac{\sqrt{2}}{2}G)\vec{j}$$

$$\vec{g}_P = -2{,}7G(\vec{i} + \vec{j})\frac{N}{kg}$$

b) Por el principio de Superposición, el potencial en el punto P será la suma de los potenciales creados por cada una de las masas:

$$V_P = V_1 + V_2 + V_3 = -G\frac{m_1}{d_1} - G\frac{m_2}{d_2} - G\frac{m_3}{d_3} = -G\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right) = -3{,}61 10^{-10}\frac{J}{kg}$$

c) Como el potencial en el infinito es nulo, el trabajo será:

$W = -m\Delta V = -m(V_\infty - V_P) = -m(0 - V_P) = -3{,}61 10^{-10} J$ que es negativo pues vamos en oposición al campo.

__Problema 2__. **Según la NASA, alrededor de la Tierra orbitan actualmente unos 5.600 satélites artificiales (aunque solo 800 están en activo). En los años 1970-80 los soviéticos pusieron en órbita satélites espía de la serie Zenit-4MK. Uno de estos satélites de 600 kg describe una órbita circular alrededor de la tierra de radio 2RT. Calcula:**

La aceleración del satélite en su órbita. (1 punto)

La energía del satélite en su órbita. (1 punto)

Datos: G = 6,67.10^{-11} Nm^{2}kg^{-2}, MT = 5,97.10^{24} kg; RT = 6370 km.

Sol.: a) 2,45 m/s^2, b) Em = – 9,37.10^9 J

1.- a) La única fuerza que actúa es la de la gravedad, que estará dirigida desde el satélite **hacia el centro** de la Tierra.
La velocidad tiene que ser **tangente** a la trayectoria.
La única aceleración que no es nula es la aceleración **normal** que se dirige, al igual que la fuerza gravitatoria, hacia el centro de la Tierra.

b) La aceleración será la componente normal, pues la velocidad cambia en sentido, pero no en módulo.

$a_n = \frac{v^2}{R}$ siendo v la velocidad orbital: $v = \sqrt{G\frac{M}{R}}$;

$$a_n = G\frac{M}{R^2} = 6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{5{,}97\cdot 10^{24}}{(2\cdot 6{,}37\cdot 10^6)^2} = 2{,}45\frac{m}{s^2}$$

c) La energía del satélite será la suma de la cinética y la potencial gravitatoria:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-G\frac{Mm}{R}\right) = \frac{1}{2}mG\frac{M}{R} - G\frac{Mm}{R} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R}$$

$$E = -\frac{1}{2}6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{5{,}97\cdot 10^{24}\cdot 600}{2\cdot 6{,}37\cdot 10^6} = -9{,}37\cdot 10^9 J$$

Es una energía negativa como corresponde a una órbita ligada.

Ejercicio 4. (De PAU, Junio 2019) Considerando el conjunto Tierra-Luna como un sistema aislado de toda influencia exterior, ¿a qué distancia entre la Tierra y la Luna debemos situar un cuerpo de forma que se mantenga en equilibrio entre los dos astros sin caer hacia ninguno de ellos? La distancia entre ambas es igual a $3.8\cdot10^5$km y la masa de la Tierra es 81 veces la masa de la Luna.
Sol: 0.9D

Ejercicio 5. (De PAU, Julio 2020) Entre un cuerpo de masa m y otro de masa M>m (ambas puntuales) existe sólo la interacción gravitatoria. ¿Es la fuerza gravitatoria que ejerce M sobre m mayor que la que ejerce m sobre M?, ¿es la aceleración de ambos cuerpos igual en módulo?, ¿y en dirección y sentido? Razona adecuadamente las respuestas.

Ejercicio 7. Un sistema está formado por dos masas, m_1=4kg, situada en el punto (-6,0)m y m_2=8kg, en el punto (3,0)m. Calcula el campo gravitatorio en el punto (0,4)m. ¿En qué punto del espacio se anula el vector intensidad de campo creado por las dos masas?.
(Dato: $G=6.67\cdot10^{-11}Nm^2kg^{-2}$).
Sol: $(8.54\cdot10^{-12},-1.99\cdot10^{-11})$N/kg; (-2.27,0)m

Ejercicio 13. (De PAU, Junio 2018) En la superficie de la Tierra la intensidad de campo gravitatorio es 9.8N/kg. El módulo de la intensidad del campo gravitatorio en la superficie de otro planeta es 2.2N/kg. Sabiendo que la masa de este planeta es 4 veces mayor que la masa de la Tierra, calcula el radio de dicho planeta, en función del radio de la Tierra, R_T.
Sol: $4.22R_T$

Ejercicio 16. (De PAU, Junio 2019). Dos masas puntuales A (m_A = 8 kg) y B (m_B = 15 kg) se encuentran a una distancia fija de 50 cm. Una partícula de masa m se abandona inicialmente en reposo en un punto del segmento que conecta A y B a una distancia de 20 cm de la masa A. (a) Calcula la aceleración que adquiere la partícula en ese punto (módulo, dirección y sentido).
(b) Determina la energía potencial gravitatoria en ese punto si la partícula tiene una masa m = 5 kg.
(Dato: $G=6.67\cdot10^{-11}Nm^2kg^{-2}$).
Sol: $2.22\cdot10^{-9}$m/s2; $-3\cdot10^{-8}$J

Ejercicio 24. Una masa de 1000kg se traslada desde un punto de potencial -5J/kg, a otro punto de potencial -7J/kg. Calcular: (a) el trabajo de las fuerzas gravitatorias e indicar si se trata de un proceso espontáneo o forzado; (b) repetir el apartado anterior si el cuerpo se aleja desde el punto de potencial -5J/kg hasta una distancia en que dicho potencial puede considerarse prácticamente nulo.
Sol: 2000J, espontáneo; -5000J

Ejercicio 30. (De PAU Junio 2019) Un satélite artificial de la Tierra tiene una velocidad de 4.2km/s en una determinada órbita circular. Calcula: (a) las expresiones del radio de la órbita y del período del movimiento, así como sus valores numéricos; (b) la velocidad con la que debe lanzarse el satélite desde la superficie terrestre para situarlo en dicha órbita.
(Datos: $MT=5.98\cdot10^{24}$kg; R_T=6370km; $G=6.67\cdot10\text{-}^{11}Nm^2kg^{-2}$)
Sol: $2.261\cdot10^7$m; 10372.6m/s;

Ejercicio 34. Se desea colocar en órbita circular un satélite artificial de 2Tm a una altura de 300Km sobre la superficie de la Tierra. Calcula: (a) su velocidad orbital; (b) el trabajo necesario para poner en órbita el satélite; (c) la fuerza que ejerce el satélite sobre la tierra cuando está en órbita; (d) la velocidad que debería llevar, una vez en órbita, para que escapase del campo gravitatorio terrestre.
(Datos: R_T=6370km; $g_0=9.8m/s^2$)
Sol: 7721.3m/s; $6.52\cdot10^9$J; $1.79\cdot10^4$N; 10.92km/s

OTROS PROBLEMAS DE LAS PAU

1 ¿En qué punto, a lo largo de la línea que une dos masas, una triple que la otra, se anula el campo gravitatorio resultante?

El campo resultante en un punto del espacio es la suma del campo que crean cada una de las masas. Tomaremos como origen el punto donde se encuentra la masa de valor M. El campo que crea está en un punto situado a una distancia R de ella es …

Supondremos que la distancia que separa las masas es L. Siendo así, el campo que crea la masa de valor $3M$ en ese mismo punto es:…

Observa el signo. El sentido en que actúa ahora el campo es contrario al anterior, ya que el punto desconocido se encuentra entre ambas masas.

El campo resultante será la suma de ambos, y ha de ser nulo para el punto pedido:

El punto donde se hace nulo el campo está a una distancia del origen 0,366 L, siendo L la distancia entre las masas.

2. Si se pudiera perforar un pozo de 100 km de profundidad, ¿cuánto valdría la intensidad del campo gravitatorio terrestre en su interior?

9,66 N kg

3. Un planeta esférico tiene 3200 km de radio y la aceleración de la gravedad en su superficie es de 6,2 m/s^2. Calcula:
a) La densidad media del plantea
b) La velocidad de escape desde su superficie
c) La energía que hay que comunicar a un objeto de 50 kg de masa para lanzarlo desde la superficie del planeta y ponerlo en órbita circular alrededor del mismo de forma que su periodo sea de 2 horas.
G = 6,67·10^{-11} N·m2·kg-2

4. EVAU Valencia 2023 Julio
En enero de 2023 el telescopio espacial James Webb descubrió su primer exoplaneta, el LHS 475b. Dicho planeta gira en una órbita circular alrededor de una estrella de masa M = 5,4.10^{29} kg . Además, se sabe que tarda 2 días terrestres en describir una órbita.
a) Calcula la distancia a la que se encuentra el planeta del centro de la estrella. Primero deduce razonadamente la expresión simbólica que relaciona dicha distancia con las otras magnitudes conocidas (M y el periodo orbital).
b) En la superficie del planeta la aceleración de la gravedad es de 9,2 m/s^2 y la velocidad de escape es de 10,8 km/s. Deduce la expresión de dicha velocidad de escape y calcula el valor de la masa y del radio del planeta.
Datos: constante de gravitación universal, G = 6,67·10^{-11} N m2 kg−2

5. EVAU Valencia 2022 Julio
Dos satélites, A y B, de igual masa siguen órbitas circulares, uno con energía mecánica EA=−4·10^{10} J y otro con EB=−2·10^{10} J. Razona cuál de los dos satélites tiene mayor energía cinética y cuál se encuentra más lejos del planeta.

PROBLEMAS DE TU PROFESOR

A) LEYES DE KEPLER

Ejercicio 1. (De PAU, Junio 2018) Considerando que las órbitas de los planetas del sistema solar son aproximadamente circulares, utiliza los datos de la órbita terrestre (radio: $150 \cdot 10^6$km; período: 365 días) para calcular la velocidad de traslación de Mercurio, sabiendo que el radio de su órbita mide $57.9 \cdot 10^6$km.
Sol: 87.53 días; 48104.7m/s

Ejercicio 2. (De PAU junio 2019) (a) Enuncia y explica las leyes de Kepler (0.5 puntos). (b) La Tierra y Venus describen órbitas en torno al Sol, siendo el radio medio de la órbita de Venus 0.72 veces el radio orbital de la Tierra. Suponiendo válida la aproximación de órbitas circulares, calcula la duración del año "venusiano" (0.5 puntos). (c) Determina la relación entre las velocidades orbitales, y el cociente entre los momentos angulares, de la Tierra y Venus, en su movimiento respecto del centro del Sol (1 punto).
(Datos: M Tierra=$5.98 \cdot 10^{24}$kg; M Venus=$4.87 \cdot 10^{24}$kg; año terrestre=365 días)
Sol: 223 días; 0.849; 1.45

B) LEY DE LA GRAVITACIÓN UNIVERSAL. FUERZA GRAVITATORIA (Fg)

Ejercicio 3. Dos masas de 5kg se encuentran situadas en los puntos de coordenadas (0,0) m y (0, 20) m de un sistema de referencia. Calcula la fuerza que ejercerán sobre un cuerpo de 1kg puesto en el punto de coordenadas (10,10) m. ¿Dónde deberíamos colocar este cuerpo para que quedase en equilibrio por acción de las fuerzas de los dos cuerpos? (Dato: G=$6.67 \cdot 10^{-11}$Nm^{2}kg^{-2}).
Sol: ($-2.36 \cdot 10^{-12}$,0) N; (0,10) m

Ejercicio 4. (De PAU, Junio 2019) Considerando el conjunto Tierra-Luna como un sistema aislado de toda influencia exterior, ¿a qué distancia entre la Tierra y la Luna debemos situar un cuerpo de forma que se mantenga en equilibrio entre los dos astros sin caer hacia ninguno de ellos? La distancia entre ambas es igual a $3.8 \cdot 10^5$km y la masa de la Tierra es 81 veces la masa de la Luna.
Sol: 0.9D

Ejercicio 5. (De PAU, Julio 2020) Entre un cuerpo de masa m y otro de masa M>m (ambas puntuales) existe sólo la interacción gravitatoria. ¿Es la fuerza gravitatoria que ejerce M sobre m mayor que la que ejerce m sobre M?, ¿es la aceleración de ambos cuerpos igual en módulo?, ¿y en dirección y sentido? Razona adecuadamente las respuestas.

Ejercicio 6. Dos masas de 2kg cada una están situadas en los extremos de la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles de 3m de lado. Determina el módulo del campo gravitatorio creado por las dos masas en el vértice libre así como la fuerza que ejercerían sobre una masa de 10kg colocada en ese punto.
(Dato: G=$6.67 \cdot 10^{-11}$Nm^{2}kg^{-2}).
Sol: $2.09 \cdot 10^{-11}$N/kg; $2.09 \cdot 10^{-10}$N

C) INTENSIDAD DEL CAMPO GRAVITATORIO (g), ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA (Ep_g), POTENCIAL GRAVITATORIO (Vg)

Ejercicio 7. Un sistema está formado por dos masas, m_1=4kg, situada en el punto (-6,0)m y m_2=8kg, en el punto (3,0)m. Calcula el campo gravitatorio en el punto (0,4)m. ¿En qué punto del espacio se anula el vector intensidad de campo creado por las dos masas?.
(Dato: G=$6.67 \cdot 10^{-11}$Nm^{2}kg^{-2}).
Sol: ($8.54 \cdot 10^{-12}$,$-1.99 \cdot 10^{-11}$)N/kg; (-2.27,0)m

Ejercicio 8. (De PAU, Junio 2015) Nuestra galaxia, la Vía Láctea, está cercana a la galaxia M33, cuya masa se estima en 0.1 veces la masa de la nuestra. Suponiendo que son puntuales y que están separadas una distancia d, razona si existe algún punto entre las galaxias donde se anule el campo gravitatorio originado por ambas. En caso afirmativo, determina la distancia de ese punto a la Vía Láctea, expresando el resultado en función de d.
Sol: 0.76d

Ejercicio 9. Calcula el valor numérico de la intensidad del campo gravitatorio terrestre en un punto del Ecuador y en un punto del Polo Norte.
(Datos: M Tierra=$5.98\cdot10^{24}$kg; R Tierra(Ecuador)=6378.2km; R Tierra(Polo)=6356.8km; G=$6.67\cdot10^{-11}$Nm^{2}kg^{-2})
Sol: 9.80N/kg; 9.87N/kg

Ejercicio 10. Consideremos un hipotético planeta de masa M y radio R, ¿A qué altura sobre la superficie del planeta el valor de la aceleración de la gravedad se reduce a la mitad del valor en la superficie?
Sol: $(\sqrt{2}-1)\cdot R$

Ejercicio 11. (De PAU, Julio 2016) Calcular a qué altura sobre la superficie terrestre la intensidad del campo gravitatorio se reduce a la cuarta parte de su valor sobre dicha superficie. (Dato: R_T= 6370km)
Sol: R_T

Ejercicio 12. (De PAU, Junio 2018) La masa de Marte es aproximadamente la décima parte de la masa de la Tierra y su radio la mitad del radio terrestre. Calcula cuál sería la masa y el peso en la superficie de Marte de una persona que en la superficie terrestre tuviera un peso de 700N. (Dato g_0=9.8m/s2).
Sol: 71.43kg; 280N

Ejercicio 13. (De PAU, Junio 2018) En la superficie de la Tierra la intensidad de campo gravitatorio es 9.8N/kg. El módulo de la intensidad del campo gravitatorio en la superficie de otro planeta es 2.2N/kg. Sabiendo que la masa de este planeta es 4 veces mayor que la masa de la Tierra, calcula el radio de dicho planeta, en función del radio de la Tierra, R_T.
Sol: 4.22R_T

Ejercicio 16. (De PAU, Junio 2019). Dos masas puntuales A (m_A = 8 kg) y B (m_B = 15 kg) se encuentran a una distancia fija de 50 cm. Una partícula de masa m se abandona inicialmente en reposo en un punto del segmento que conecta A y B a una distancia de 20 cm de la masa A. (a) Calcula la aceleración que adquiere la partícula en ese punto (módulo, dirección y sentido).
(b) Determina la energía potencial gravitatoria en ese punto si la partícula tiene una masa m = 5 kg.
(Dato: G=$6.67\cdot10^{-11}$Nm^{2}kg^{-2}).
Sol: $2.22\cdot10^{-9}$m/s2; $-3\cdot10^{-8}$J

Ejercicio 17. (De PAU) Considérense dos masas puntuales de 100kg y 150kg, cuyas posiciones respectivas son A(-2,0)m y B(3,0)m . Calcular: (a) el campo gravitatorio en el punto C(0,4)m ; (b) el trabajo realizado por el campo para desplazar una partícula de 10kg de masa desde el punto C(0,4)m hasta el punto O(0,0)m . (Dato: G=$6.67\cdot10^{-11}$Nm^{2}kg^{-2}).
Sol: ($9.1\cdot10^{-11}$,$-6.18\cdot10^{-10}$)N/kg; $3.18\cdot10^{-8}$J

Ejercicio 18. (De PAU Junio 2019) Dos cuerpos de 10kg de masa, se encuentran en dos de los vértices de un triángulo equilátero de 0.5m de lado. (a) Calcula el módulo del campo gravitatorio que estas dos masas generan en el tercer vértice del triángulo. (b) Calcula el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria de las dos masas para traer otro cuerpo de 10kg desde el infinito hasta el tercer vértice del triángulo. Dato: G=$6.67\cdot10^{-11}$Nm^{2}kg^{-2}.
Sol: $4.62\cdot10^{-9}$N/kg; $2.668\cdot10^{-8}$J

Ejercicio 20. Calcula la velocidad con que llegará un cuerpo a la superficie de la Tierra, al soltarlo desde una altura h de la superficie de la Tierra: (a) h=100m; (b) h=10000Km. (Datos: g_0=9.8m/s2; R Tierra= 6370km)
Sol: 44.27m/s; 8733.2m/s

Ejercicio 21. Se deja caer un péndulo desde la posición horizontal, calcula su velocidad en el punto más bajo de su trayectoria si la longitud del péndulo es de 1.5m; calcula también su velocidad en el instante en que su altura sea 0.75

(Dato: g_0=9.8m/s2)
Sol: 5.42m/s; 3.83m/s

Ejercicio 22. Se aplica sobre un cuerpo de 2Kg, situado en la parte más baja de un plano inclinado 30º, una fuerza paralela al plano de 50N, y el cuerpo asciende 10m sobre el plano. Calcula, usando el Teorema de Conservación de la Energía, la velocidad del cuerpo en el punto más alto del plano, si su velocidad inicial era nula y el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano, 0.1.
(Dato: g_0=9.8m/s2)
Sol: 19.62m/s

Ejercicio 23. (De PAU, Junio 2019) Un proyectil se dispara hacia arriba desde la cima de una montaña que está a 4000m sobre la superficie de la Tierra, con una velocidad de 6km/s. Determina la altura máxima que alcanza, medida desde la superficie de la Tierra. (Datos: $G=6.67\cdot10^{-11}Nm^2kg^{-2}$; Radio de la Tierra: 6371km; Masa de la Tierra: $5.98\cdot10^{24}$kg).
Sol: $2.58\cdot10^6$m

Ejercicio 24. Una masa de 1000kg se traslada desde un punto de potencial -5J/kg, a otro punto de potencial -7J/kg. Calcular: (a) el trabajo de las fuerzas gravitatorias e indicar si se trata de un proceso espontáneo o forzado; (b) repetir el apartado anterior si el cuerpo se aleja desde el punto de potencial -5J/kg hasta una distancia en que dicho potencial puede considerarse prácticamente nulo.
Sol: 2000J, espontáneo; -5000J

Ejercicio 25. (De PAU, Junio 2019) Considera dos masas de 2kg y 4kg fijas sobre el eje X en el origen y a x=6m, respectivamente. Calcula: a) las coordenadas de un punto en el que el campo gravitatorio resultante valga cero; b) el potencial gravitatorio en x=2m; c) el trabajo realizado por la fuerza del campo gravitatorio para llevar una masa de 6kg desde ese punto hasta el infinito. Interpreta el signo del resultado. Dato: $G=6.67\times10^{-11}Nm^2kg^{-2}$.
Sol: (2.49,0)m; $-1.334\cdot10^{-10}$J/kg; $-8\cdot10^{-10}$J

Ejercicio 26. (De PAU junio 2019) a) Una partícula que se encuentra en reposo, empieza a moverse por acción de una fuerza conservativa. i) ¿cómo se modificaría su energía mecánica?, ii) ¿y su Energía Potencial?. Justifica las respuestas. (0.5 puntos). b) Se quiere hacer subir un objeto de 100kg una altura de 20m. Para ello se usa una rampa que forma un ángulo de 30º con la horizontal. Determina: i) el trabajo necesario para subir el objeto si no hay rozamiento; ii) el trabajo necesario para subir el objeto si el coeficiente de rozamiento es 0.2. (1 punto). Dato: $g_0=9.8m/s^2$.
Sol: 19600J; 26389.6J

Ejercicio 27. (De PAU) Dibuja las líneas de campo del campo gravitatorio producido por dos masas puntuales iguales separadas una cierta distancia. ¿Existe algún punto en el que la intensidad del campo gravitatorio sea nula? En caso afirmativo indica en qué punto. ¿Existe algún punto en el que el potencial gravitatorio sea nulo? En caso afirmativo indica en qué punto.

D) APLICACIONES. SATÉLITES.

Ejercicio 28. Calcula, con los datos relativos a la Tierra, la velocidad de escape del campo gravitatorio terrestre.
Sol: 11.19km/s

Ejercicio 29. Un satélite geoestacionario es aquel que se encuentra siempre en la misma posición respecto a un punto de la superficie de la Tierra. Se pide: (a) la distancia sobre la superficie terrestre a la que ha de situarse un satélite geoestacionario. (b) La velocidad que llevará dicho satélite en su órbita geoestacionaria.
(Datos: $M_T=5.98\cdot10^{24}$kg; R_T=6370km; $G=6.67\cdot10^{-11}Nm^2kg^{-2}$)
Sol: $3.59\cdot10^7$m; 3071.83m/s

Ejercicio 30. (De PAU Junio 2019) Un satélite artificial de la Tierra tiene una velocidad de 4.2km/s en una determinada órbita circular. Calcula: (a) las expresiones del radio de la órbita y del período del movimiento, así como sus valores numéricos; (b) la velocidad con la que debe lanzarse el satélite desde la superficie terrestre para situarlo en dicha órbita.

(Datos: MT=$5.98\cdot10^{24}$kg; R_T=6370km; G=$6.67\cdot10$-^{11}Nm^{2}kg^{-2})
Sol: $2.261\cdot10^7$m; 10372.6m/s;

Ejercicio 31. Dos satélites A y B giran alrededor de un planeta siguiendo órbitas circulares cuyos radios respectivos son 2·108m y 8·108m. Calcula la relación entre sus velocidades tangenciales respectivas.
Sol: 2

Ejercicio 32. El planeta Júpiter, cuyo radio es de 71056Km, posee varios satélites; el más próximo al planeta, Io, gira en una órbita de 419000Km de radio, con un período de 1día, 18h y 28min. Calcula con estos datos la masa de Júpiter y la aceleración de la gravedad en su superficie. ¿Qué velocidad mínima sería necesario comunicar a una nave en reposo sobre el suelo del planeta para que se escapara de su atracción?. Calcula, finalmente, el período de Europa, satélite que gira a 667000Km del centro de Júpiter.
(Dato: G=$6.67\cdot10^{-11}$Nm^{2}kg^{-2})
Sol: 1.86·1027kg; 24.61m/s2; 59.14km/s; 307043s

Ejercicio 33. Suponiendo un planeta esférico que tenga un radio la mitad del radio terrestre e igual densidad que la Tierra, calcula: (a) la aceleración de la gravedad en la superficie de dicho planeta; (b) la velocidad de escape de un objeto desde la superficie del planeta, si la velocidad de escape desde la superficie terrestre es 11.2km/s.
(Dato: g0=9.8m/s^2)
Sol: 4.9m/s^2; 5.6km/s

Ejercicio 34. Se desea colocar en órbita circular un satélite artificial de 2Tm a una altura de 300Km sobre la superficie de la Tierra. Calcula: (a) su velocidad orbital; (b) el trabajo necesario para poner en órbita el satélite; (c) la fuerza que ejerce el satélite sobre la tierra cuando está en órbita; (d) la velocidad que debería llevar, una vez en órbita, para que escapase del campo gravitatorio terrestre.
(Datos: R_T=6370km; g_0=9.8m/s^2)
Sol: 7721.3m/s; $6.52\cdot10^9$J; $1.79\cdot10^4$N; 10.92km/s

Ejercicio 35. (De PAU Junio 2019) En el año 2119 una astronauta que forma parte de una misión espacial internacional llega a un planeta esférico en una lejana galaxia. Una vez en la superficie del planeta, la astronauta observa que al dejar caer una pequeña roca desde una altura de 1.90m llega al suelo con una velocidad de 8m/s. Si el radio del planeta es 8.6·107m, calcula: (a) la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta; (b) la velocidad de escape del planeta. (Dato: G=$6.67\cdot10^{-11}$Nm^{2}kg^{-2})
Sol: 16.84m/s^2; 53818.96m/s

Ejercicio 36. Imaginemos que un punto exterior de una galaxia orbita alrededor de su centro (R, radio de su órbita) como lo haría un satélite en órbita alrededor de la Tierra. Las medidas de su velocidad son el doble de la prevista, suponiendo que la galaxia tiene una masa m. Calcula qué masa tendrá realmente la galaxia. ¿Cuánta materia oscura podemos conjeturar que habrá?
Sol: 4m; 75%

OTROS EJERCICIOS PROPUESTOS
Ejercicios propuestos del tema 2

Ejercicio 37. (De PAU, Junio 2019) (a) Ceres orbita el Sol con un período de 1682 días. Calcula cuántas unidades astronómicas tiene el semieje mayor de la órbita de este planeta usando los datos relativos a la Tierra. (b) Si el semieje mayor de la órbita de otro planeta enano es de 39.24 ua y el perihelio está a 29.67 ua del Sol, calcula la distancia del afelio al Sol de este planeta enano en unidades astronómicas.
Dato: Distancia Tierra-Sol=1 ua = 149 598 870 700 m.
Sol: 2.77ua; 48.81ua

Ejercicio 38. (De PAU) Si consideramos que las órbitas de la Tierra y de Marte alrededor del Sol son circulares, ¿cuántos años terrestres dura un año marciano?

El radio de la órbita de Marte es 1,486 veces mayor que el terrestre.
Sol: 1.81 años terrestres

Ejercicio 39. Una masa puntual de masa m_1 = 10kg está situada en el origen de un cierto sistema de coordenadas. Una segunda partícula puntual de masa m_2 = 30Kg está situada, sobre el eje X, en el punto A de coordenadas (6,0)m. Calcula el módulo, dirección y sentido de la fuerza que recibe una masa de 1Kg colocada en el punto B de coordenadas (2,0)m. (Dato: $G=6.67\cdot10^{-11}Nm^2kg^{-2}$).
Sol: 4.169·10-11N; semieje OX negativo

Ejercicio 40. Consideremos dos masas m_1 = 4kg , situada en el punto (1,2)m , y m_2 = 3kg , situada en el punto (4,3)m. Calcula la intensidad de campo que crean en el punto de coordenadas (0,4)m . Calcula, así mismo, la fuerza resultante que ejercerán sobre una masa de 1kg situada en este punto.
(Dato: $G=6.67\cdot10^{-11}Nm^2kg^{-2}$)
Sol: $(3.538\cdot10^{-11},-5.06\cdot10^{-11})$N/C

Ejercicio 41. (De PAU) Suponiendo a la Tierra como una esfera homogénea de radio R y despreciando efectos que sobre la fuerza de atracción entre masas ejerce la rotación de la Tierra alrededor de su eje, determinar la altura h a la que hay que elevar sobre la superficie terrestre una masa de 1Kg para que su peso se reduzca a la mitad.
Sol: 0.414·R

Ejercicio 42. (De PAU) Una partícula puntual de masa 3M se coloca en el origen de un cierto sistema de coordenadas, mientras que otra masa M se coloca sobre el eje X a una distancia de 1m respecto del origen. Calcula las coordenadas del punto donde el campo gravitatorio es nulo.
Sol: 0.634m

Ejercicio 43. (De PAU) Si un cuerpo tiene un peso de 100N sobre la superficie terrestre, calcular su peso en la superficie de otro planeta cuya masa sea el doble que la de la Tierra y su radio el triple que el de la Tierra.
Sol: 22.22N

Ejercicio 44. (De PAU) ¿A qué distancia de la superficie terrestre un objeto, de 2Kg de masa, tendrá un peso de 10N?
(Datos: $G=6.67\cdot10^{-11}Nm^2kg^{-2}$; M Tierra=$5.98\cdot10^{24}$kg; RT= 6370km)
Sol: 2.56·106m

Ejercicio 45. Se dispara una bala de 20g de masa horizontalmente contra un bloque de madera de 2Kg suspendido por su centro de gravedad de un hilo inextensible, quedando empotrada en él. Después del impacto, el bloque oscila, experimentando un desplazamiento vertical de 10cm. Calcular la velocidad que lleva la bala en el momento del impacto (péndulo balístico).
Sol: 141.4m/s

Ejercicio 46. (De PAU) Tenemos dos masas esféricas cuyos diámetros son 8 y 2cm, respectivamente. Considerando únicamente la interacción gravitatoria entre estos dos cuerpos, calcula: (a) la relación entre sus masas m_1/m_2 sabiendo que si ponemos ambos cuerpos en contacto, el campo gravitatorio es nulo en el punto donde se tocan; (b) El valor de cada masa sabiendo que el trabajo necesario para separar los cuerpos, desde la posición de contacto hasta otra donde sus centros distan 20cm, es W= $1.6\cdot10^{-12}$J.
(Dato: $G=6.67\cdot10^{-11}Nm^2kg^{-2}$)
Sol: 16; 0.16kg; $9.9975\cdot10^{-3}$kg

Ejercicio 47. Disponemos de un cuadrado de 5m de lado. En tres de sus vértices hay situadas tres masas de 12Kg cada una. Determina: (a) el campo gravitatorio en el vértice libre; (b) el trabajo realizado por el campo para llevar una masa de 12Kg desde el vértice libre hasta el centro del cuadrado.
(Dato: $G=6.67\cdot10^{-11}Nm^2kg^{-2}$)
Sol: $6.1\cdot10^{-11}$N/kg; $2.95\cdot10^{-9}$J

Ejercicio 48. (De PAU, Junio 2019) Una masa puntual m_1=5kg está situada en el punto (4,3)m. (a) Determina la intensidad del campo gravitatorio creado por la masa m1 en el origen de coordenadas y el trabajo realizado al trasladar

otra masa m_2=0.5kg desde el infinito hasta el origen de coordenadas. (b) Situadas las masas m_1 y m_2 en las posiciones anteriores, ¿a qué distancia del origen de coordenadas, el campo gravitatorio resultante es nulo?.
(Dato: G=6.67·10^{-11}Nm^{2}kg^{-2})
Sol: (1.067·10^{-11},8·10^{-12})N/kg, 3.335·10^{-11}J; 1.2m

Ejercicio 49. Un meteorito, de 200Kg de masa, se encuentra inicialmente en reposo a una distancia sobre la superficie terrestre igual a 7 veces el radio de la Tierra. (a) ¿cuánto pesa en ese punto? (b) Si cae a la Tierra, suponiendo que no hay rozamiento con el aire, ¿con qué velocidad llegaría a la superficie terrestre?.
(Datos: M Tierra=5.98·10^{24}kg; R Tierra=6370km; Dato: G=6.67·10^{-11}Nm^{2}kg^{-2})
Sol: 30.72N; 10468m/s

Ejercicio 50. Calcula el potencial gravitatorio en un punto A situado a 5800km de la superficie terrestre y en un punto B situado a 4200km de la superficie terrestre. Determina el trabajo que realiza el campo gravitatorio para trasladar un cohete de 7500kg del punto A al punto B.
(Dato: G=6.67·10^{-11}Nm^{2}kg^{-2} M Tierra=5.98·10^{24}kg; RT= 6370km).
Sol: -3.28·10^7J/kg; -3.77·10^7J/kg; 3.72·10^{10}J

Ejercicio 51. (De PAU, Junio 2021) Un cuerpo que se encuentra en un campo gravitatorio se mueve entre dos puntos A y B de una superficie equipotencial. ¿Qué trabajo realiza la fuerza gravitatoria para mover el cuerpo entre A y B?. Si la energía potencial del cuerpo en B es de -800J y seguidamente pasa del punto B a un punto C, donde su energía potencial es de -1000J, discute si su energía cinética es mayor en B o en C.
Sol: evidente

Ejercicio 52. (De PAU, Junio 2019) Considera que una sonda sin propulsión se dirige en línea recta hacia Marte, y que se acerca a 8.3km/s cuando se encuentra a 25400km del centro del planeta. Calcula la velocidad de la sonda cuando la distancia se haya reducido a la mitad.
(Dato: G=6.67·10^{-11}Nm^{2}kg^{-2} M Marte=6.4185·10^{23}kg)
Sol: 8.5km/s

Ejercicio 53. Consideremos un satélite de 2000kg de masa que se encuentra describiendo una órbita ecuatorial circular alrededor de la Tierra, de radio 8000km. Calcula su momento cinético respecto al centro de la órbita, y sus energías cinética, potencial y total.
(Datos: M Tierra=5.98·10^{24}kg; G=6.67·10^{-11}Nm^{2}kg^{-2})
Sol: 1.13·10^{14}kgm^2/s; 4.99·10^{10}J; -9.97·10^{10}J; -4.99·10^{10}J

Ejercicio 54. (De PAU, Julio 2020) Un satélite artificial de masa m=800kg describe una órbita circular en torno a la Tierra, a una altura h=400km sobre su superficie. (a) Calcula el módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra. Si la órbita está en el plano ecuatorial, ¿qué dirección tiene el vector momento angular L?, ¿es L un vector constante?, ¿por qué?. (b) Determina la cantidad de energía que será necesario suministrarle para que pase a estar en una nueva órbita con una altura h=800km.
(Datos: G=6.67·10^{-11}Nm^{2}kg^{-2}; M Tierra=5.98·1024kg; R Tierra=6370km)
Sol: 4.16·10^{13}kgm2/s; 1.31·10^9J

Ejercicio 55. (De PAU, Junio 2018). El cometa Halley describe una órbita elíptica de gran excentricidad en torno al Sol. La relación de distancias al Sol en el afelio (Ra) y en perihelio (Rp) es Ra/Rp=62. Determina la relación entre los valores de las siguientes magnitudes físicas del cometa Halley, en el afelio y en el perihelio: momento cinético respecto del Sol, energía cinética, y energía potencial.
Sol: 1; 2.6·10^{-4}; 0.016

Ejercicio 56. Mercurio describe una órbita elíptica alrededor del Sol. En el afelio, su distancia al Sol es de 6.99·10^{10}m y su velocidad orbital es de 3.88·10^4m/s, siendo su distancia al Sol en el perihelio de 4.60·10^{10}m: a) calcula la velocidad orbital de Mercurio en el perihelio; b) calcula las energías cinética, potencial y mecánica de Mercurio en el perihelio; c) calcula el módulo de su momento lineal y de su momento angular en el perihelio; d) de las magnitudes calculadas en los apartados anteriores, decir cuáles son iguales en el afelio.
Sol: 5.9·10^4m/s; 5.53·10^{32}J; -9.18·10^{32}J; -3.65·10^{32}J; 1.88·10^{28}kg·m/s; 8.63·10^{38}kg·m^2/s

Ejercicio 57. (De PAU) Un satélite artificial de 500kg se lanza desde la superficie de la Tierra hasta una altura H de dicha superficie. A esa altura se le comunica una velocidad de 5000m/s para ponerlo en órbita circular alrededor de la Tierra. Calcula: (a) la altura H a la que ha de situarse el satélite para que describa órbitas circulares; (b) el trabajo necesario para llevarlo hasta la altura H.
(Datos: M Tierra=5.98·1024kg; R Tierra=6370km; $G=6.67\cdot10^{-11}Nm^2kg^{-2}$)
Sol: $9.58\cdot10^{6}$m; $1.88\cdot10^{10}$J

Ejercicio 58. (De PAU) ¿Cuál debería ser la velocidad inicial de la Tierra para que escapara del campo Solar y se dirigiera a infinito?. Suponer que la Tierra describe órbitas circulares alrededor del Sol.
(Datos: D Tierra-Sol=$1.5\cdot10^{11}$m; M Sol=$1.99\cdot10^{30}$kg; $G=6.67\cdot10^{-11}Nm^2kg^{-2}$)
Sol: 42068.7m/s

Ejercicio 59. (De PAU) La Tierra gira alrededor del Sol realizando una órbita aproximadamente circular. Si por cualquier causa, el Sol perdiera instantáneamente las tres cuartas partes de su masa, ¿continuaría la Tierra en órbita alrededor de éste?. Razona la respuesta.
Sol: No

Ejercicio 60. (De PAU) La estación espacial internacional (ISS) describe alrededor de la tierra una órbita prácticamente circular a una altura h = 390 km sobre la superficie terrestre, siendo su masa m=415 Tm.
1. Calcula el período de rotación en minutos así como la velocidad con la que se desplaza.
2. ¿Qué energía se necesitaría para llevarla desde su órbita actual a otra de altura doble? ¿Cuál sería el período de rotación en esa nueva órbita?
(Datos: R_T=6370km; g_0=9.8N/kg)
Sol: 92.3min, 7669.7m/s; $6.66\cdot10^{11}$J, 100.4min

Ejercicio 61. (De PAU, Junio 2014) Un cohete de masa 2kg se lanza verticalmente desde la superficie terrestre, de tal manera que alcanza una altura máxima, con respecto a la superficie terrestre, de 500km. Despreciando el rozamiento con el aire, calcula: (a) la velocidad del cuerpo en el momento del lanzamiento. Compárala con la velocidad de escape desde la superficie terrestre; (b) la distancia a la que se encuentra el cohete, con respecto al centro de la Tierra, cuando su velocidad se ha reducido en un 10%, con respecto a su velocidad de lanzamiento.
Datos: R Tierra=6.37·106m; M Tierra=$5.98\cdot10^{24}$kg; $G=6.67\cdot10^{-11}Nm^2kg^{-2}$)
Sol: 3019m/s, 3.71; $6.459\cdot10^{6}$m

Ejercicio 62. (De PAU) La astronauta Sunita William participó desde el espacio en la maratón de Boston de 2007, recorriendo la distancia de la prueba en una cinta de correr, dentro de la Estación Espacial Internacional (ISS). Sunita completó la maratón en 4 horas, 23 minutos y 46 segundos. La ISS orbitaba a 338Km sobre la superficie de la Tierra el día de la carrera. Calcula: (a) El valor de la gravedad terrestre en la ISS. (b) La Energía Potencial y la Energía Total de Sunita, sabiendo que su masa es de 45Kg. (c) ¿Cuántas vueltas dio a la Tierra Sunita mientras estuvo corriendo?.
(Datos: M Tierra=$5.98\cdot10^{24}$kg; R Tierra=6371km; $G=6.67\cdot10^{-11}Nm^2kg^{-2}$)
Sol: $8.86m/s^2$; $-2.68\cdot10^{9}$J; $-1.34\cdot10^{9}$J; 2.89vueltas

Ejercicio 63. (De PAU) Saturno es el sexto planeta del Sistema Solar, es el segundo en tamaño después de Júpiter y el único con un sistema de anillos visible desde la Tierra. Su masa es 95.2 veces la masa terrestre y su radio es 9.5 veces el radio terrestre. Determina: (a) El período de revolución de Titán, uno de sus satélites, sabiendo que se encuentra a una distancia de 1221850km de Saturno y en órbita circular. (b) El período de revolución de Saturno alrededor del Sol, sabiendo que la Tierra tarda 365 días en completar una órbita y que podemos considerar ambas órbitas circulares.
(Datos: $G=6.67\cdot10^{-11}Nm^2kg^{-2}$; M Tierra=$5.98\cdot10^{24}$kg; R Tierra=6371km; D Tierra-Sol=1.496·108km; D Saturno-Sol=$1.429\cdot10^{9}$km)
Sol: $1.3771\cdot10^{6}$ s; 10775.5 días

Ejercicio 64. Para los planetas del Sistema Solar, según expresa la tercera ley de Kepler, la relación es constante, y su valor es $3.35\cdot10^{18}m^3/s^2$, donde R es el radio de las órbitas y T el período de rotación. Suponiendo las órbitas circulares, calcula la masa del Sol. (Dato: $G=6.67\cdot10^{-11}Nm^2kg^{-2}$)
Sol: 1.98·1030kg

Ejercicio 65. (De PAU, Junio 2021) La masa del planeta K2-72 es 2.21 veces la masa de la Tierra y su radio es 1.29 veces el radio de la Tierra. (a) ¿Cuál es el valor de la intensidad de campo gravitatorio en la superficie de K2-72?, ¿cuál es la fuerza gravitatoria que K2-72 ejerce sobre una persona de 70kg en reposo sobre su superficie? (1 punto). (b) Determina la distancia desde el centro de K2-72 para la cual la intensidad de campo gravitatorio es 0.16 veces el valor en su superficie. Deduce y calcula la velocidad que tendría un satélite en órbita circular a dicha distancia.
Datos: g_0=9.8m/s2; $R_T=6.37\cdot10^6$m.
Sol: 13.01m/s^2, 910.7N; 2.05·107m, 6547.44m/s

Aplicaciones prácticas de la Física del tema 2

Ejercicio 66. (de PAU) Un objeto de masa $m_1=4m_2$ se encuentra situado en el origen de coordenadas, mientras que un segundo objeto m_2 se encuentra situado en un punto de coordenadas (9,0)m. Considerando únicamente la interacción gravitatoria entre las masas y suponiendo que son masas puntuales, calcula razonadamente:
(a) el punto en el que el campo gravitatorio es nulo;
(b) el vector momento angular de la masa m_2, con respecto al origen de coordenadas, si su masa es de 100kg y su velocidad (0,50)m/s.
Sol: (2.683,0)m; (0,0,4500)kgm^2/s

Ejercicio 67. (de PAU) Deduce razonadamente la expresión del período de un planeta en una órbita circular alrededor del Sol, en función del radio de la órbita y de la masa del Sol. Suponiendo que las órbitas de la Tierra y Urano son circulares, de radios r_T=1.5·1011m y r_U=2.9·1012m respectivamente, calcula el período orbital de Urano en años terrestres. Utiliza los datos del enunciado.
Sol: 85 años terrestres.

Ejercicio 68. (de PAU) El satélite Sentinel 1 se utiliza para la monitorización del suelo terrestre por teledetección. Tiene una masa m=2200kg y completa 14.5 órbitas circulares alrededor de la Tierra cada día. (a) Deduce la relación entre el radio de la órbita, la masa de la Tierra y la velocidad angular de Sentinel 1. Calcula la altura a la que se encuentra orbitando. (b) Calcula la velocidad orbital, la energía cinética y la energía mecánica de Sentinel 1.
Datos: constante de gravitación universal, $G=6.67\cdot10^{-11}Nm^2kg^{-2}$; masa de la Tierra, $M=6.0\cdot10^{24}$kg; radio de la Tierra, R=6370km.
Sol: $7.43\cdot10^5$m; 7500.73m/s; $6.189\cdot10^{10}$J.